ГОУ СПО «Кунгурское педагогическое училище»

ПЦК преподавателей естественно-математических дисциплин

Разработка программы факультативного курса по теории вероятностей в курсе математики 8 класса

Допущена к защите

Зам. Директора по учебной работе

Л.А. Патракова, 2009 г.

Председатель ПЦК

естественно-математических дисциплин

Т.А. Трясцына, 2009 г.

Выпускная квалификационная работа

по методике преподавания математики

Михайловой Натальи Анатольевны

специальность 050201 математика группа М-51

отделение: заочное

Руководитель: Янкина Л.Г.,

преподаватель математики

Защита состоялась:

2009

Оглавление

Введение

1. Предмет теории вероятностей

1.1 Основные понятия

1.2 Правила и теоремы теории вероятностей

2. Разработка программы факультативного курса по теории вероятностей в курсе математики 8 класса

2.1 Основные понятия о факультативном курсе

2.2 Методика преподавания теории вероятностей

Заключение

Литература

Приложения

Введение

Теория вероятностей является одним из классических разделов математики. Она имеет длительную историю. Основы этого раздела науки были заложены великими математиками. Назову, например, Ферма, Бернулли, Паскаля. Позднее развитие теории вероятностей определились в работах многих ученых. Большой вклад в теорию вероятностей внесли ученые нашей страны: П.Л. Чебышев, А.М. Ляпунов, А.А. Марков, А.Н. Колмогоров. По словам Б.В. Гнеденко: «Теория вероятностей, подобно другим разделам математики, развилась из потребностей практики; в абстрактной форме она отражает закономерности, присущие случайным событиям массового характера».

Теория вероятностей используется в физике, технике, экономке, биологии и медицине. Особенно возросла ее роль в связи с развитием вычислительной техники.

Например, при бросании монеты нельзя предсказать, какой стороной она упадет, для этого необходимо было бы учесть слишком много различных факторов: работу мышц руки, участвующей в бросании, малейшие отклонения в распределении массы монеты, движение воздуха и т.д. Результат бросания монеты случаен. Но, оказывается, при достаточно большом числе бросаний монеты существует определенная закономерность (герб и цифра выпадут приблизительно поровну).

Закономерности, которым подчиняются случайные события, изучаются в разделах математики, которые называются теорией вероятности.

Можно привести много других примеров случайных величин. Все же и в мире случайностей обнаруживаются определенные закономерности. Математический аппарат для изучения таких закономерностей и дает теория вероятностей. Таким образом, теория вероятностей занимается математическим анализом случайных событий и связанных с ними случайных величин.

В настоящее время теория вероятностей завоевала очень серьезное место в науке и прикладной деятельности. Ее идеи, метода и результаты не только используются, но буквально пронизывают все естественные и технические науки, экономику, планирование, организацию производства, связи, а также такие далекие, казалось бы, от математики науки, как лингвистику и археологию. Сейчас без достаточно развитых представлений о случайных событиях и их вероятностях, без хорошего представления о том, что явления и процессы, с которыми мы имеем дело, подчиняются более сложным закономерностям, невозможно полноценно работать в физике, химии, биологии, управлять производственными процессами. А, следовательно, данная тема актуальна и нуждается в рассмотрении.

Однако теория вероятностей почти не рассматривается в школьном курсе математики, так как в учебниках очень мало заданий. Зато на различных олимпиадах такие задания встречаются часто. Решением данной проблемы может служить создание факультативного курса по теории вероятностей.

Цель: разработать программу факультативного курса по теории вероятностей в курсе математики 8 класса.

Задачи:

* Изучить методическую и научную литературу по теме;
* Показать методику работы при использовании элементов теории вероятностей на уроках математики в школе;
* Подобрать систему задач и упражнений, направленных на изучение данной темы.

Объект исследования - процесс подготовки учителя к обучению школьников элементам теории вероятностей.

Предмет исследования - влияние системы задач на формирование вероятностных понятий у учеников 8 класса.

Контингент – ученики 8-го класса.

# 1. Предмет теории вероятностей

## 1.1 Основные понятия

Теория вероятностей возникла в середине XVII в. Первые работы по теории вероятностей, принадлежащие французским учёным Б. Паскалю и П. Ферма и голландскому учёному X. Гюйгенсу, появились в связи с подсчётом различных вероятностей в азартных играх. Крупный успех теории вероятностей связан с именем швейцарского математика Я. Бернулли, установившего закон больших чисел для схемы независимых испытаний с двумя исходами (опубликовано в 1713).

Следующий (второй) период истории теории вероятностей (XVIII в., начало XIX в.) связан с именами А. Муавра (Англия), П. Лапласа (Франция), К. Гаусса (Германия) и С. Пуассона (Франция). Это - период, когда теория вероятностей уже находит ряд весьма актуальных применений в естествознании и технике (главным образом в теории ошибок наблюдений, развившейся в связи с потребностями геодезии и астрономии, и в теории стрельбы). К этому периоду относится доказательство первых предельных теорем, носящих теперь названия теорем Лапласа (1812) и Пуассона (1837); А. Лежандром (Франция, 1806) и Гауссом (1808) в это же время был разработан способ наименьших квадратов.

Третий период истории теории вероятностей. (2-я половина XIX в.) связан в основном с именами русских математиков П.Л. Чебышева, А.М. Ляпунова и А.А. Маркова (старшего). Теория вероятностей развивалась в России и раньше. В XVIII в. ряд трудов был написан работавшими в России Л. Эйлером, Н. Бернулли и Д. Бернулли. Во второй период развития теории вероятностей следует отметить работы М.В. Остроградского по вопросам теории вероятностей, связанным с математической статистикой, и В.Я. Буняковского по применениям теории вероятностей к страховому делу, статистике и демографии. Со 2-й половины XIX в. исследования по теории вероятностей в России занимают ведущее место в мире. Чебышев и его ученики Ляпунов и Марков поставили и решили ряд общих задач в теории вероятностей, обобщающих теоремы Бернулли и Лапласа. Чебышев чрезвычайно просто доказал (1867) закон больших чисел при весьма общих предположениях. Он же впервые сформулировал (1887) центральную предельную теорему для сумм независимых случайных величин и указал один из методов её доказательства. Другим методом Ляпунов получил (1901) близкое к окончательному решение этого вопроса. Марков впервые рассмотрел (1907) один случай зависимых испытаний, который впоследствии получил название цепей Маркова.

В Западной Европе во 2-й половине XIX в. получили большое развитие работы по математической статистике (в Бельгии - А. Кетле, в Англии - Ф. Гальтон) и статистической физике (в Австрии - Л. Больцман). Которые наряду с основными теоретическими работами Чебышева, Ляпунова и Маркова создали основу для существенного расширения проблематики теории вероятностей в четвёртом (современном) периоде её развития. Этот период истории теории вероятностей характеризуется чрезвычайным расширением круга её применений, созданием нескольких систем безукоризненно строгого математического обоснования теории вероятностей, новых мощных методов, требующих иногда применения (помимо классического анализа) средств теории множеств, теории функций действительного переменного и функционального анализа. В этот период советская наука продолжает занимать значительное, а в ряде направлений и ведущее положение. В нашей стране новый период развития теории вероятностей открывается деятельностью С. Н. Бернштейна, значительно обобщившего классические предельные теоремы Чебышева, Ляпунова и Маркова и впервые в России широко поставившего работу по применениям теории вероятностей к естествознанию. Позднее (в 30-х гг.) они и Е.Е. Слуцкий заложили основы теории случайных процессов. В. И. Романовский Ташкент и Н. В. Смирнов Москва поставили на большую высоту работу по применениям теории вероятностей к математической статистике [12].

Теория вероятностей изучает закономерности случайных явлений. Она применяется в физике и других разделах естествознания, в экономике, в военном деле, в разнообразных технических дисциплинах и во многих других областях человеческой деятельности.

В последние десятилетия теория вероятностей все глубже проникает в гуманитарные науки. На ней основываются статистические методы, необходимые для работы лингвистов и психологов, социологов и политологов. Знание теории вероятностей необходимо теперь каждому экспериментатору, так как она указывает способы обработки результатов эксперимента, дает рекомендации по его планированию [13]. Поэтому, сейчас так актуально изучать данный раздел математики. Его основа – случайные события.

Случайности подстерегают нас на каждом шагу. Случай поворачивается к человеку своими разными сторонами. Случайность – это прежде всего непредсказуемость, которая является результатом нашего незнания, нашей слабой осведомленности, результатом отсутствия необходимой информации.

С помощью данной работы попытаемся открыть для себя вероятностную природу окружающего нас мира, познакомимся со случайными явлениями, попробуем ориентироваться в мире случайности, используя его величество случай.

Понятие о случайном событии

Опыт, эксперимент, наблюдение явления называется испытанием. Испытаниями являются: бросание монеты, выстрел из винтовки, бросание игральной кости (кубика с нанесенными на каждую грань числом очков - от одного до шести).

Результат, исход испытания, называется событием. Событиями являются выпадение герба или цифры, попадание в цель или промах, появление того или иного числа очков на брошенной игральной кости. Для обозначения событий используют большие буквы латинского алфавита: А,В, С и т.д.

Два события называют совместимыми, если появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании.

Испытание - однократное бросание игральной кости. Событие А - появление четырех очков. Событие В - появление четного числа очков. События А и В совместимые.

Два события называют несовместимыми, если появление одного из них исключает появление другого в одном и том же испытании.

Испытание - однократное бросание монеты. Событие А - выпадение герба, событие В - выпадение цифры. Эти события несовместимы, так как появление одного из них исключает появление другого.

Несовместимость более чем двух событий означает их попарную несовместимость.

Испытание - однократное бросание игральной кости. Пусть события А1 , А2 , А3, А4 , А5 , А6, - соответственно выпадение одного очка, двух, трех и т.д. Эти события являются несовместимыми.

Два события А и В называются противоположными, если в данном испытании они несовместимы и одно из них обязательно происходит. Событие, противоположное событию А, обозначают через.

Испытание - бросание монеты. Событие А - выпадение герба, событие В - выпадение цифры. Эти события противоположны, так как исходами бросания могут быть лишь они, и появление одного из них исключает появление другого, т.е.

А = или = В.

Событие называют достоверным, если в данном испытании оно является единственно возможным его исходом, и невозможным, если в данном испытании оно заведомо не может произойти. Испытание - извлечение шара из урны, в которой все шары белые. Событие А - вынут белый шар - достоверное событие; событие В - вынут черный шар - невозможное событие.

Достоверное и невозможное события в данном испытании являются противоположными.

Событие А называют случайным, если оно объективно может наступить или не наступить в данном испытании.

Событие А6 - выпадение шести очков при бросании игральной кости - случайное. Оно может наступить, но может и не наступить в данном испытании.

Всякое испытание влечет за собой некоторую совокупность исходов - результатов испытания, т.е. событий. Во многих случаях возможно перечислить все события, которые могут быть исходами данного испытания.

Классическое определение вероятности

Говорят, что совокупность событий образует полную группу событий для данного испытания, если его результатом обязательно становится хотя бы одно из них.

Примеры полных групп событий: выпадение герба и выпадение цифры при одном бросании монеты; попадание в цель и промах при одном выстреле; выпадение одного, двух, трех, четырех, пяти и шести очков при одном бросании игральной кости.

Рассмотрим полную группу попарно несовместимых событий U1, U2, ., Un, связанную с некоторым испытанием. Предположим, что в этом испытании осуществление каждого из событий , (i = 1,2, ..., n) равновозможное, т.е. условия испытания не создают преимущества в появлении какого-либо события перед другими возможными.

События U1, U2,..., Un, образующие полную группу попарно несовместимых и равновозможных событий, называется элементарными событиями.

Вернемся к опыту с подбрасыванием игральной кости. Пусть - событие, состоящее в том, что кость выпала гранью с цифрой 1. События U1 , U2, ... , U6 образуют полную группу попарно несовместимых событий. Так как кость предполагается однородной и симметричной, то события U1 , U2,... , U6 являются и равновозможными, т.е. элементарными.

Событие А называют благоприятствующим событию В, если наступление события А влечет за собой наступление события В.

Пусть при бросании игральной кости события U2, U4, и U6 -появление соответственно двух, четырех и шести очков и А - событие, состоящее в появлении четного числа очков; события U2, U4 и U6  благоприятствуют событию А.

Вероятностью Р(А) события А называют отношение числа элементарных событий, благоприятствующих событию А, к числу всех элементарных событий, т.е.

Р(А)= .

Вычислим вероятность выпадения герба при одном бросании монеты. Очевидно, событие А - выпадение герба и событие В — выпадение цифры образуют полную группу несовместимых и равновозможных событий для данного испытания. Значит, здесь n = 2. Событию А благоприятствует лишь одно событие - само А, т.е. здесь m = 1. Поэтому

Р(А) = .

Найти вероятность того, что при бросании игральной кости выпадет число очков, делящееся на 2 (событие А).

Число элементарных событий здесь 6. Число благоприятствующих элементарных событий 3 (выпадение 2, 4 и 6). Поэтому Р(А)== .

Из приведенного классического определения вероятности вы­текают следующие ее свойства [1, 510].

Свойства классического определения вероятности

1. Вероятность достоверного события равна единице. Действительно, достоверному событию должны благоприятствовать все n элементарных событий, т.е. m = n и, следовательно,

Р(А)= ==1.

2. Вероятность невозможного события равна нулю. В самом деле, невозможному событию не может благоприятствовать ни одно из элементарных событий, т.е. m = 0, откуда

 Р(А)= ==0.

3. Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей.

Действительно, случайному событию благоприятствует лишь часть из общего числа элементарных событий. Поэтому в этом случае 0 < m < n и, значит, 0 < < 1. Следовательно, 0 < Р(А) < 1.

Итак, вероятность любого события удовлетворяет двойному неравенству, 0 Р(А) 1 [2, 17].

Статистическое определение вероятности

Классическое определение вероятности не является при­годным для изучения произвольных случайных событий. Так, оно неприемлемо, если результаты испытания не равновозможны. Например, при бросании неправильной игральной кости выпаде­ние ее различных граней не равновозможно.

В таких случаях используется, так называемое, статистическое определение вероятности.

Пусть произведено n испытаний, при этом некоторое событие А наступило m раз (m < n).

Число m называют абсолютной частотой (или просто частотой) события А, а отношение Р\*(А) = называют относительной частотой события А.

При транспортировке из 10 000 арбузов испортилось 26. Здесь m = 26 - абсолютная частота испорченных арбузов, а Р\*(А) = = 0,0026 - относительная.

Результаты многочисленных опытов и наблюдений помогают заключить: при проведении серий из n испытаний, когда число сравнительно мало, относительная частота Р\*(А) принимает значения, которые могут довольно сильно отличаться друг от друга. Но с увеличением n - числа испытаний в сериях – относительная частота Р\*(А) = приближается к некоторому числу Р(А), стабилизируясь возле него и принимая все более устойчивые значения.

Было проведено 10 серий бросаний монеты, по 1000 бросаний в каждой. Относительные частоты выпадения герба оказались равными 0,501 0,485; 0,509; 0,536; 0,485; 0,488; 0,500; 0,497; 0,494; 0,484. Эти частота группируются около числа 0,5.

По официальным данным шведской статистики относительные частоты рождения девочек по месяцам 1935 г. характеризуются следующими числами (расположены в порядке следования месяцев, начиная с января): 0,486; 0,489; 0,490; 0,471; 0,478; 0,482; 0,462; 0,484; 0,485; 0,491; 0,482; 0,47. Эти частоты группируются около числа 0,482.

Относительная частота события приближенно совпадает с его вероятностью, если число испытаний достаточна велико. Имеется огромный опытный материал по проверке последнего утверждения. Укажем еще один такой пример с бросанием монеты (приложение 1).

Здесь относительные частоты незначительно отклоняются от числа 0,5, причем тем меньше, чем больше число испытаний. При 4040 испытаниях отклонение равно 0,008, а при 24 000 - 0,0005.

Таких примеров очень много. Возникли целые науки о том, как же эффективно действовать в нашем случайном мире. Их задачей является уменьшение неприятностей от случайного при использовании самой случайности.

Таким образом, было рассмотрено два определения теории вероятностей: классическое и статистическое [6, 210].

Для решения задач по данной теме необходимо использовать основные правила и теоремы теории вероятности.

1.2 Правила и теоремы теории вероятностей

Теорема сложения вероятностей несовместимых событий

Суммой событий А и В называют событие С = А + В, состоящее в наступлении, по крайней мере, одного из событий А или В.

Испытание - стрельба двух стрелков (каждый делает по одному выстрелу). Событие А - попадание в мишень первым стрелком, событие В - попадание в мишень вторым стрелком. Суммой событий А и В будет событие С = А + В, состоящее в попадании в мишень, по крайней мере, одним стрелком.

Аналогично суммой конечного числа событий А1 , А2, ..., Аk  называют событие А = А1 + А2 + … + Аk, состоящее в наступлении хотя бы одного из событий Ai (i = 1,..., k).

Произведением событий А и В называют событие С = АВ, состоящее в том, что в результате испытания произошло и событие А и событие В.

Аналогично произведением конечного числа событий А1 , А2, ..., Аk  называют событие А = А1 А2 … Аk, , состоящее в том, что в результате испытания произошли все указанные события.

В условиях предыдущего примера произведением событий А и В будет событие С = АВ, состоящее в попадании в мишень двух стрелков.

Из определения непосредственно следует, что АВ = ВА.

Теорема. Вероятность суммы двух несовместимых событий А и В равна сумме вероятностей этих событий:

Р(А+В)=Р(А)+Р(В). (1)

Доказательство. Используем классическое определение вероятности. Предположим, что в данном испытании число всех элементарных событий равно n, событию А благоприятствуют k элементарных событий, событию В - I элементарных событий. Так как А и В - несовместимые события, то ни одно из элементарных событий U1 , U2,... , Un не может одновременно благоприятствовать и событию А и событию В. Следовательно, событию А + В будет благоприятствовать k + l элементарных событий. По определению вероятности Р(А)=, Р(В)=, Р(А+В)= откуда и следует утверждение теоремы.

Совершенно так же теорема формулируется и доказывается для любого конечного числа попарно несовместимых событий.

Следствие. Сумма вероятностей противоположных событий А и равна единице:

Р(А)+Р()= 1

Так как события А и несовместимы, то по доказанной выше теореме Р(А) + Р() = Р (А + ). Событие А + есть достоверное событие (ибо одно из событий А или произойдет). Поэтому Р (А + ) =1.

В урне 10 шаров: 3 красных, 5 синих и 2 белых. Какова вероятность вынуть цветной шар, если вынимается один шар? Вероятность вынуть красный шар Р(А) = , синий Р(В) = . Так как события А и В несовместимы, то по доказанной выше теореме

Р(А + В)= Р(А) + Р(В) = + = 0,8 [3, 25].

Теорема умножения вероятностей

Два события А и В называют независимыми, если вероятность появления каждого из них не зависит от того, появилось другое событие или нет. В противном случае события А и В называют зависимыми [5, 19].

Пример 1. Пусть в урне находятся 2 белых и 2 черных шара. Пусть собы­тие А - вынут белый шар. Очевидно, Р(А) = . После первого испытания вынутый шар кладется обратно в урну, шары перемешиваются и снова вынимается шар. Событие В - во втором испытании вынут белый шар – также имеет вероятность Р(В) = , т.е. события А и В- независимые.

Предположим теперь, что вынутый шар в первом испытании не кладется обратно в урну. Тогда если произошло событие А, т.е. в первом испытании вынут белый шар, то вероятность события В уменьшается Р(В) = ,если в первом испытании был вынут черный шар, то вероятность события В увеличивается Р(В) = .

Итак, вероятность события В существенно зависит от того, произошло или не произошло событие А, в таких случаях события А и В - зависимые.

Пусть А и В - зависимые события. Условной вероятностью РА(В) события В называют вероятность события В, найденную в предположении, что событие А уже наступило.

Итак, в примере 1 РА(В) = .

Заметим, что если события А и В независимы, то РА (В )= Р(В).

Теорема 1. Вероятность произведения двух зависимых событий А и В равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденную в предположении, что первое событие уже наступило:

 P(AB)= Р(А)РА(В). (2)

Доказательство.

Пусть из всего числа n элементарных событий k благоприятствуют событию А и пусть из этих k событий l благоприятствуют событию В, а значит, и событию АВ. Тогда Р(АВ)= =.= Р(А)РА(В), что и доказывает искомое равенство (2).

Замечание. Применив формулу (2) к событию ВА, получим

Р(ВА) = Р(В)РВ(А). (3)

Так как АВ = ВА, то, сравнивая (2) и (3), получаем, что

Р(А)РА(В) = Р(В)РВ(А).

Пример 2. В условиях примера 1 берем тот случай, когда вынутый шар в первом испытании не кладется обратно в урну. Поставим следующий вопрос: какова вероятность вынуть первый и второй разы белые шары? По формуле (2) имеем

Теорема 2. Вероятность произведения двух независимых событий А и В равна произведению вероятностей этих событий:

(4)

Р(ВА) = Р(А)Р(В).

Действительно, если А и В - независимые события, то РА (В) = = Р(В) и формула (2) превращается в формулу (4).

Пример 3. Вероятность выживания одного организма в течение 20 мин Р = 0,7. В пробирке с благоприятными для существования этих организмов условиями находятся только что родившиеся 2 организма. Какова вероятность того, что через 20 минут они будут живы?

Пусть событие А - первый организм жив через 20 мин, событие В - второй организм жив через 20 мин. Будем считать, что между организмами нет внутривидовой конкуренции, т.е. события А и В независимы. Событие, что оба организма живы, есть событие АВ. По теореме 2 получаем Р(АВ) = 0,7 ∙ 0,7 = 0,49 [7,115].

Теорема сложения вероятностей совместимых событий

Теорема. Вероятность суммы двух совместимых событий А и В равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их произведения

Р(А + В) = Р(А) + Р(В) - Р(АВ). (5)

Доказательство. Пусть из всего числа n элементарных событий k благоприятствуют событию А, l - событию В и m - одновременно событиям А и В. Отсюда событию А + В благоприятствуют к + 1 - m элементарных событий. Тогда

Р(А+В)= = Р(А) + Р(В) - Р(АВ)

Замечание. Если события А и В несовместимы, то их произведение АВ есть невозможное событие и, следовательно, Р(АВ) = 0, т.е. формула (1) является частным случаем формулы (5).

Пример. В посевах пшеницы на делянке имеется 95% здоровых растений. Выбирают два растения. Определить вероятность того, что среди них хотя бы одно окажется здоровым.

Введем обозначения для событий:

А1- первое растение здоровое;

А2 - второе растение здоровое;

А1+A2 - хотя бы одно растение здоровое.

Так как события А1 и А2 совместимые, то согласно формуле (5)

P(А1+ А2) = P(А1) + P(А2) = 0,95 + 0,95 - 0,95 · 0,95 = 0,9975 ≈ 1 [4, 28].

Формула полной вероятности

Теорема. Вероятность события А, которое может нacmупить лишь при условии появления одного из n попарно несовместимых событий В1, В2, ... Вn , образующих полную группу, равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующую условную вероятность события А:

 (6)

(формула полной вероятности).

Доказательство. Событие А может наступить лишь при условии наступления одного из событий B1, В2, ..., Bn, т.е. А = B1 А + В2А + ... +, BnА причем ввиду несовместимости событий B1, В2 , ..., BnА события B1А, В2А, ..., BnА также несовместимы. По этому на основании теорем сложения и умножения вероятностей имеем

Пример 1. Имеются три одинаковых по виду ящика. В первом находят две белые мыши и одна серая, во втором - три белые и одна серая, в третьей две белые и две серые мыши. Какова вероятность того, что из наугад выбранного ящика будет извлечена белая мышь?

Обозначим: B1  - выбор первого ящика, B2 - выбор второго ящика, В3 - выбор третьего ящика, А - извлечение белой мыши. Так как все ящики одинаковы, то P(В1)= Р(В2) = Р(В3) =.

Если выбран первый ящик, то (А) = . Аналогично (А) = , (A) = . Наконец, по формуле (6) получаем [8, 22].

Формула Бейеса

Пусть в условиях рассуждения, относящегося к формуле полной вероятности, произведено одно испытание, в результате которого произошло событие А. Спрашивается: как изменились (в связи с тем, что событие А уже произошло) ве­личины P(Bk), k = 1,... , п.

Найдем условную вероятность РA(Вk).

По теореме умножения вероятностей и формуле (3) имеем:

Отсюда:

Наконец, используя формулу полной вероятности, находим

 (k=1, 2, …, n). (7)

Формулу(7) называют формулой Бейеса (Байеса)

Пример. Большая популяция людей разбита на две группы одинаковой численности. Диета одной группы отличалась высоким содержанием ненасыщенных жиров, а диета контрольной группы была богата насыщенными жирами. После 10 лет пребывания на этих диетах возникновение сердечнососудистых заболеваний составило в этих группах соответственно 31% и 48%. Случайно выбранный из популяции человек имеет сердечно-сосудистое заболевание. Какова вероятность того, что этот человек принадлежит к контрольной группе?

Введем обозначения для событий:

А - случайно выбранный из популяции человек имеет сердечно-сосудистое заболевание;

B1 - человек придерживался специальной диеты;

В2 - человек принадлежал к контрольной группе. Имеем

Р(В1) = Р(В2) = 0,5,

(A) = 0,31, (A) = 0,48.

Согласно формуле полной вероятности

Р(А) = 0,5 ∙ 0,31 + 0,5 ∙ 0,48 = 0,395

и, наконец, в силу формулы (7) искомая вероятность

 [11, 216].

Таким образом, можно привести много разнообразных примеров случайных величин. Все же и в мире случайностей обнаруживаются определенные закономерности. Математический аппарат для изучения таких закономерностей и дает теория вероятностей. Она занимается математическим анализом случайных событий и связанных с ними случайных величин.

Для решения задач по теории вероятностей следует применять следующие теоремы: сложения вероятностей несовместимых событий, умножения вероятностей, сложений вероятностей совместимых событий; формулы: полной вероятности, Бейеса (Байеса).

Одной из форм дифференцированного обучения по курсу теории вероятностей может являться факультативный курс.

2. Разработка программы факультативного курса по теории вероятностей в курсе математики 8 класса

2.1 Основные понятия о факультативном курсе

Возможность 1-2 часа в неделю дополнительно работать со школьниками, проявляющими повышенный интерес и способности к математике, представляет собой одно из проявлений новой формы обучения математике - дифференцированного обучения.

По существу факультативные занятия являются наиболее динамичной разновидностью дифференциации обучения.

Программа основного курса математики вместе с программой факультативных занятий по математике для средней школы составляют программу повышенного уровня по данному предмету для учащихся данного класса.

Программа факультативных занятий по математике составлена так, что все вопросы ее могут изучаться синхронно с изучением основного курса математики в школе. В тех случаях, когда в данном классе основной курс математики ведет один учитель, а факультативный - другой, изучение тем факультатива может проводиться независимо от основного курса программы (в этом случае изучение тем можно проводить с некоторым запозданием по отношению к основному курсу программы).

Для того чтобы факультативные занятия по математике были эффективными, необходимо их организовать там, где есть:

1) высококвалифицированные учителя или другие специалисты, способные вести занятия на высоком научно-методическом уровне;

2) не менее 15 учащихся, желающих изучать данный факультативный курс.

Если школа имеет классы с небольшой наполняемостью (что особенно характерно для некоторых сельских школ), то группы учащихся для факультативных занятий можно комплектовать по параллелям или из учащихся смежных классов (5-6 классы, 8-9 классы и т. п.).

Запись учащихся на факультативные занятия производится на добровольных началах в соответствии с их интересами. Не следует принуждать учащихся обязательно изучать факультативные предметы. Особенно внимательно следует относиться к тем учащимся, которые встречают трудности в изучении математики или совмещают обучение в школе с другими видами занятий (спорт, музыка и т. д.). По окончании факультативного курса учащиеся сдают зачет (с оценкой), о чем делается отметка в аттестате. Учитель математики несет полную ответственность за качество факультативных занятий; факультативные занятия вносятся в расписание и оплачиваются учителю.

Проведение факультативных занятий по математике не означает отказа от других форм внеклассной работы (математические кружки, вечера, олимпиады и т. д.). Они должны дополнять эти формы работы с учащимися, которые интересуются математикой.

Главной целью факультативных занятий по теории вероятностей является углубить и расширить знаний.

Задачи факультативных занятий:

* развитие интереса учащихся к предмету, их математических способностей;
* привитие школьникам интереса к самостоятельным занятиям математикой;
* воспитание и развитие их инициативы и творчества.

Требования к проведению факультативных занятий

1. Преемственность в содержании, методах и формах организации занятий по математике должна определяться целями обучения математики, всестороннего развития и воспитания учащихся.

2. Взаимосвязанное построение уроков и факультативных занятий по математики не должно противоречить дидактическим принципам в обучении математики.

3. Не должно быть противоречий с научно обоснованными психолого-педагогическими требованиями, такими как: изучение новых понятий на основе известных; опора при изучении математических абстракций на конкретные модели; использование практических возможностей приложения математики не только на развивающем этапе изучения данного вопроса, но и в качестве мотива, обосновывающего необходимость изучения этого раздела, вопроса.

4. Не должно быть несогласованности с нормами организации работы общеобразовательной школы. Например, нельзя часы, отведенные на факультативные занятия, использовать для внеклассной работы или дополнительных занятий по математике.

5. Главным критерием эффективности взаимосвязанного построения факультативных занятий по математике должна быть результативность неразрывно связанных друг с другом процессов обучения, развития и воспитания школьников.

6. Факультативных занятия по математике целесообразно проводить учитывая их функции – развивающую, воспитывающую и учебную.

В какой бы форме и какими бы методами не проводились факультативные занятия по математике, они должны строиться так, чтобы быть для учащихся интересными, увлекательными, а подчас и занимательными. Необходимо использовать естественную любознательность школьника для формирования устойчивого интереса к своему предмету. Известный французский физик Луи де Бройль писал, что современная наука - "дочь удивления и любопытства, которые всегда являются ее скрытыми движущими силами, обеспечивающими ее непрерывное развитие".

Основными формами проведения факультативных занятий по математике являются в настоящее время изложение узловых вопросов данного факультативного курса учителем (лекционным методом), семинары, собеседования (дискуссии), решение задач, рефераты учащихся (как по теоретическим вопросам, так и по решению цикла задач), математические сочинения, доклады учащихся и т. д.

Однако учителю не следует отдавать предпочтение какой-либо одной форме или методу изложения. Вместе с тем, памятуя о том, что на факультативных занятиях по математике самостоятельная работа учащихся должна занять ведущее положение, следует все же чаще применять решение задач, рефераты, доклады, семинары-дискуссии, чтение учебной и научно-популярной литературы и т. п.

Одной из возможных форм ведения факультативных занятий по математике является разделение каждого занятия на две части. Первая часть посвящается изучению нового материала и самостоятельной работе учащихся по заданиям теоретического и практического характера. По окончании этой части занятия учащимся предлагается домашнее задание по изучению теории и ее приложений. Вторая часть каждого занятия посвящена решению задач повышенной трудности и обсуждению решений особенно трудных или интересных задач. Эта форма проведения факультативных занятий может способствовать успешному переходу от форм и методов обучения в школе к формам и методам обучения в высших учебных заведениях.

Также при проведении факультативных занятий можно использовать методы изучения (а не обучения) математики, а также проблемную форму обучения.

В частности, ее можно осуществить, если представить изучаемый факультативный курс в виде серии последовательно расположенных задач. Решая последовательно все задачи самостоятельно или при незначительной помощи преподавателя, школьники постепенно изучают курс при большом личном участии, проявляя активность и самостоятельность, овладевая техникой математического мышления.

Теоремы имеют вид задач. Если теорема, которую учащиеся должны доказать, является большой или трудной, то она разбивается на несколько задач так, что решение предыдущей помогает решить последующую. Определения либо включаются преподавателем в текст задачи, либо сообщаются особо. В необходимых случаях преподаватель проводит предварительную беседу или делает обобщения.

Полезно также широко использовать задачи проблемного характера.

В настоящее время факультативные занятия по математике проводятся по двум основным направлениям:

а) изучение курсов по программе "Дополнительные главы и вопросы курса математики";

б) изучение специальных математических курсов.

Содержание программы "Дополнительные главы и вопросы" систематического курса математики позволяет решить и углубить изучение программного материала, ознакомить учащихся с некоторыми общими современными математическими идеями, раскрыть приложение математики в практике, готовит учителя к работе по новой программе.

На самих занятиях качество усвоения теории проверяется в процессе решения задач и примеров. Здесь совершенно недопустимы такие формы работы, которые сковывали бы инициативу учащихся. Занятие начинается с постановки упражнения для всех учащихся. За время, которое отводится на выполнение задачи или примера, учитель успевает проследить, кто и как справляется с заданием. Не следует торопить учащихся. Обычно, если не все, то некоторые из них выполняют задание в запланированное учителем время, а затем начинается разбор и теоретическое обоснование решений. Инициатива в оценке способов решения, в исправлении ошибок, в постановке вопросов представляется самим учащимся. В процессе этой работы достигается логическая точность в формулировках определений понятия или их свойств. В заключительном слове учитель дает мотивированную оценку знаний учащихся. Помимо указанной формы контроля знаний, целесообразно проводить кратковременные 15-20-минутные проверочные работы.

На занятиях полезно практиковать постановку докладов учащихся. При подготовке к докладам учащиеся используют различную дополнительную литературу, указанную учителем. Не следует увлекаться большим количеством докладов, в противном случае у учителя просто не хватит времени для хорошей подготовки докладчиков.

Начальное общее образование призвано помочь учителю реализовать способности каждого ученика и создать условия для индивидуального развития школьников.

Чем разнообразнее образовательная среда, тем легче раскрыть индивидуальность личности ученика, а затем направить и скорректировать развитие школьника с учетом выявленных интересов, опираясь на его природную активность.

Личностно-ориентированное обучение строится на принципе вариативности, т.е. признания разнообразия содержания и форм обучения, выбор которых осуществляется с учетом развития ребенка и его педагогической поддержки. Пытаясь создать условия для личностно ориентированного обучения, школа предоставляет учащимся право выбора предметов по интересам и склонностям.

Таким образом, для формирования и развития математических способностей у школьников и их интереса к математике будет актуальна такой способ обучения как факультативный курс.

Факультативные занятия школьники посещают по желанию, следовательно, педагогу необходимо создать условия, при которых способные ученики смогут реализовать свои возможности, а остальные учащиеся смогут решать посильные для них задачи или, пользуясь помощью учителя, более трудные задания.

2.2 Методика преподавания элементов теории вероятностей

В теории вероятностей понятие «событие» неразрывно связано с теоретико-множественными представлениями. В частности, по определению, под событием понимается любое подмножество множества элементарных исходов. Следовательно, для корректного введения определения этого понятия необходимо, чтобы учащиеся были знакомы с элементами теории множеств, теоретической основой теории вероятностей. Изучение теории множеств в школьном курсе математики не предусмотрено, поэтому учителю необходимо определиться, как решать эту проблему. В некотором смысле одним из путей ее решения можно считать наличие экспериментального курса математики начальной школы, реализуемого на основе учебного пособия Л. Г. Петерсон (2002 г.). В нем изучаются первоначальные сведения из теории множеств (введено интуитивное представление о понятии «множество», рассмотрены некоторые операции над множествами: пересечения, объединения и разности множеств и их простейшие свойства). Методика изучения материала во многом сходна с методикой изучения элементов теории множеств, реализованной в учебнике математики для 4—5 классов под редакцией А. Н. Колмогорова 60—70-х гг. издания прошлого века. Наиболее предпочтительным при изучении основных понятий теории вероятностей представляется логически обусловленный путь на базе необходимых понятий теории множеств вводятся основные понятия теории вероятностей.

Изучение понятия «событие» сопряжено учащихся трудностями психологического характера. Его ученики обычно воспринимают контексте «бытовой» лексики, связывая его неким единичным бытовым актом.соответствии же определением понятия «события» наряду единичным актом надо мыслить некоторое их множество, числом элементов большим или равным единице. Далее, необходимо четко разграничить понятия эксперимента (опыта) события как некоторого исхода, благоприятствующего некоторому комплексу условий Для учащихся понятия «эксперимент» «событие» часто совпадают.

Формирование представления о понятии «события» начинается рассмотрения простейших вероятностных моделей подбрасывание игральной кости, извлечение шаров из урны, извлечение карт из колоды, стрельба по мишенформирования на интуитивном уровне понятия «элементарного исхода» При этом имеет смысл вводить изучать основные понятия историческом контексте, так как при этом не нарушается логика развертывания теории вероятностей. Следуя. Байесу, рассматриваются такие опыты, при каждом испытании которых возможны несовместные равновозможные исходы. Каждый такой исход называется элементарным исходом или элементарным событием. На основе рассматриваемых опытов можно ввести понятие «полной группы событий» как множества попарно несовместных равновозможных элементарных событий. Все эти понятия дают возможность сформулировать определение понятия «событие» сформировать первичное представление об этом важном понятии теории вероятностей.

Еще одним элементом, способствующим формированию представлений понятии «события» является классификация событий по степени их «объективной возможности реализации» Изучение классификации событий по этому признаку имеет для учеников важное мировоззренческое значение. Оказывается, что окружающем мире не существует иных событий, кроме достоверных, невозможных случайных. Здесь же подчеркивается фундаментальный характер понятия «случайного» события построении изучении закономерностей вероятностных моделей окружающего мира. Примеры таких моделей естественным образом привлекаются из школьных дисциплин (физики, химии, географии, биологии, истории, обществоведения, экономики) При этом имеет место реализация межпредметных связей.

Значение классификации по указанному выше признаку определяется еще тем, что на ее основе осуществляется фактически первый подход формированию понятия «вероятность» Если попытаться сопоставить возможностью или невозможностью наступления конкретного события некоторую численную меру, частности каждому достоверному событию поставить соответствие число каждому невозможному число тогда понятно, что каждому случайному событию будет соответствовать действительное число из интервала (Оставляя временно нераскрытым вопрос методах установления соответствия между случайными событиями элементами множества (логически обоснованным является переход изучению вопроса об операциях над событиями.

Предварительно надо рассмотреть понятие «отношения между событиями» имеется виду отношение включения (синонимичное наиболее часто употребляемыми оборотами речи «событие влечет за собой событие «событие является следствием события «событие является частью события На основе этого отношения логично ввести определение равных событий. При изучении отношений операций над событиями естественно использование наглядно-графических средств курсе теории вероятностей изучаются следующие операции над событиями сложение (объединение) умножение (пересечение) Разность событий можно ввести через соответствующее определение или на основе введенных операций. Подчеркивая, что события это множества, можно изучать операции над событиями аналогично изучению операций над множествами, используя примеры, построенные на базе основных вероятностных моделей.

Наличие учащихся теоретико-множественных представлений позволит им проследить полную аналогию между операциями над множествами операциями над событиями. Теория вероятностей дает возможность ученикам увидеть, что объекты отношения этом разделе математики фактически те же, что теории множеств. Разница заключается лишь терминологии, языке, используемом теории вероятностей. Полезно составить таблицу соответствия между терминами теории множеств терминами теории вероятностей.

Следует отметить, что уверенное владение учащимися навыками по работе с операциями над событиями и умение использовать основные свойства этих операций важны для развития навыков решения задач по курсу теории вероятностей. Одна из важнейших проблем, рассматриваемая теории вероятностей определение вероятности сложных событий, получаемых из простых использованием операций над событиями. Кроме этого, изучение операций над событиями актуально для случаев, когда вероятностное пространство имеет достаточно большое число элементов решение задач его использованием приводит громоздким вычислениям. Эти положения можно считать основой мотивации изучения операций над событиями.

Изучение операций над событиями желательно сопровождать примерами, которые достаточно наглядно отражают не только сущность самой изучаемой операции, но различие этих операциях. Как правило, ученики достаточно легко по определению построят сумму, произведение событий.

Труднее сформировать понимание сущности операций над событиями. Например, после введения определений операций суммы произведения событий рассмотрения соответствующих примеров, можно предложить ученикам следующее задание.

Пример: по самолету стреляют два зенитно-ракетных комплекса (ЗРК) Самолет сбит, когда в него попал хотя бы один снаряд неважно какого ЗРК, первого или второго (это естественно, совсем необязательно, чтобы самолет попали оба ЗРК) Пусть событие самолет сбит первым ЗРК, событие самолет сбит вторым ЗРК. Событие самолет сбит.

Ставя перед учениками проблему, что представляет собой событие учитель активизирует деятельность учащихся. Эта задача приводит учеников рассуждению возможности события как суммы событий (= возможности события как произведения событий Аи (Для учащихся, очевидно, что качестве решения задачи, прежде всего, является именно сумма событий, не их произведение, так как есть четкое понимание того, что самолет будет сбит случае, когда хотя бы один ЗРК него попал. Кроме этого, становится интуитивно ясно, что вероятность события, что самолет попадут оба ЗРК, много меньше, чем вероятность попадания него каждым ЗРК отдельности.

Методической проблемой при изучении этой темы процессе решения задач можно считать обучение процедуре выделения простых событий.

Разрешение этой проблемы приходит результате накопления опыта решения задач.

Отбор системы задач по этой теме желательно осуществить так, чтобы позже использовать их для решения задач по вычислению вероятности сложного события по известным вероятностям простых событий.

Изученные операции над событиями должны привести к более глубокому осмыслению учащимися таких понятий, как «пространство элементарных событий» «несовместные события» «достоверные события» «невозможные события» «противоположные события» так как эти понятия могут быть определены на основе операции над событиями.

Далее, после изучения операций над событиями свойств изучаются элементы комбинаторики основы дл вычисления вероятностей событий широком классе вероятностных схем. Элементы методики изучения комбинаторики школьном курсе математики достаточно подробно разработаны, так как этот раздел изучался школьном курсе математики. настоящее время происходит возврат разделу комбинаторики, так как он востребован потребностями дискретной математики, широко применяемой в различных областях знания, например информатики.

Тема «Элементы комбинаторики» может изучаться изучения темы «Теория вероятностей» так как она содержательно богата как теоретическом, так прикладном аспектах.

Второе фундаментальное понятие теории вероятностей это понятие «вероятности» Это понятие является основой построения всех схем вероятностного характера, описывающих широкий класс случайных явлений.

Формирование этого понятия, так же как понятия «события» начинается преодоления противоречия между субъектным опытом ученика употребления им термина «вероятность» повседневной практике смыслом, вкладываемым определение этого понятия математике.

Настоящее время существует несколько определений понятия «вероятности события» статистическое, аксиоматическое, классическое, субъективное (на основе экспертных оценок) Можно сказать, что формирование понятия «вероятности» происходит настоящее время. Философский подход определению вероятности как «примеры объективной возможности наступления (или не наступления) некоторого события» для математики неприемлем силу весьма его размытого характера. Неприемлемо это определение для реализации целей обучения теории вероятностей школьном курсе математики.

В качестве примеров определения вероятностей событий на основе классического определения вероятности можно рассмотреть задания на вычисление вероятности выпадения «орла» или «решки» при бросании симметричной монеты, рождения мальчика или девочки.

Формирование понятия «вероятности» может быть осуществлено несколько этапов. Сначала, реализуя принцип историзма обучении, рассматривается классическое определение понятия вероятности. Вероятностью события называется отношение числа случаев, благоприятствующих событию общему числу исходов Это определение, являясь конструктивным, дает способ вычисления вероятности события формулируется для так называемых классических экспериментов. Эксперимент называется классическим, если результате его проведения реализуется множество событий, удовлетворяющих следующим условиям:

* все события равновозможны;
* они попарно несовместны;
* образуют полную группу событий.

Исторически такие события назывались шансами, случаями, исходами, речь шла о рассматриваемых ранее основных вероятностных моделях подбрасывание игральной кости, извлечение шаров из урны, извлечение карт из колоды, стрельба по мишени.

Можно проверить, что введенное таким образом определение вероятности обладает следующими свойствами:

* (= вероятность достоверного события равна так как
* (= вероятность невозможного события равна так как вероятность принимает значения из промежутка [; так всегда то из следует
* (+ (+( если события несовместны.

Это свойство можно обосновать. Пусть результате проведения серии экспериментов событие произошло m1 раз, событие m2. Так как события несовместны, то сумма событий произошла m1+ m2 раз. Тогда получаем, что

В качестве примеров определения вероятностей событий на основе классического определения вероятности можно рассмотреть задания на вычисление вероятности выпадения «орла» или «решки» при бросании симметричной монеты, рождения мальчика или девочки например, такое, которое используется дальнейшем при изучении теорем сложения.

Одним из существенных недостатков классического определения вероятности является то, что оно пригодно толы для классических экспериментов, которые редко имеют место повседневной практике. Важно добиться от учащихся четкого понимания того факта, что введенное выше определение вероятности обслуживает весьма узкий класс явлений рамках классических экспериментов) его, вообще говоря, недостаточно, поэтому возникает необходимость рассмотрения других подходов определению понятия вероятности [10, 396]

После изучения методики преподавания теории вероятностей необходимо рассмотреть, используются ли задачи по теме на уроках математики классе.

Методика изучения основных теорем теории вероятностей:

основным теоремам теории вероятностей относятся теоремы сложения вероятностей следствия из них теорема умножения вероятностей. Изучение теорем желательно вести использованием примеров, иллюстрирующих их применение.

В случае если события несовместные исходы одном том же испытании, то для них имеет место теореме сложения вероятностей: вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий. Следует подчеркнуть, что это утверждение имеет статус теоремы только для классического эксперимента. общем случае, при аксиоматическом построении теории вероятностей, оно выступает качестве аксиомы.

Это утверждение допускает два важных обобщения:

если события А1  А2, Аn— несовместны, то

(A1,A2,,Аn) (А1) (А2) (Аn) если два события совместны, то

( ( ( (АВ) сумма вероятностей несовместных событий, образующих полную группу событий, равна единице:

(А1) (А2) (Аn) сумма вероятностей противоположных событий равна единице,

Из этой формулы можно получить следствие вероятности противоположного события по известной вероятности.

Теорема сложения вероятностей для случая совместных событий может рассматриваться как основа мотивации изучения теоремы умножения вероятностей. Действительно, формуле, выражающей математическую формулировку теоремы вероятности двух несовместных событий, имеется слагаемое (АВ) которое не выражено через вероятности ( ( ( ( ( (АВ)

Изучение теоремы умножения вероятностей начинается введения понятия «условной вероятности» Введению этого понятия предшествует обсуждение вопроса зависимости них событий от других. По определению, событие называется зависимым от событий В1,В2, Bk, если вероятность события зависит от того, произошли или не произошли события В1, В2, Bk. противном случае событие называется независимым. Если события В1, В2, Bk произошли, то вероятность события вычисленная при этих условиях, называется условной обозначается (В1, В2, Bk) Если вероятность события вычисляется вне связи событиями B1, B2, Bk, то она называется безусловной. Таким образом, получаем, что если событие зависит от события то (│ (если не зависит, то (│ (

Рассмотрим пример, позволяющий уяснить смысл понятия условной вероятности.

Пример: урне белых черных шара. Определить вероятность того, что два последовательно вынутых шара окажутся разных цветов, если один из них белый.

Пусть событий «оба вынутых шара разных цветов» «один из шаров белый» принятых обозначениях ставится задача вычисления вероятности задачах на вычисление условных вероятностей важно правильно определить полную группу событий. В данном примере полная группа событий включает все различные пары, содержащие хотя бы один белый шар. Так как количество шаров невелико, полную группу событий можно задать перечислением: где событие, состоящее том, что извлечен первый белый второй черный шар. Следовательно, искомая вероятность соответствии классическим определением равна

Теперь можно переходить формулировке теоремы умножения вероятностей. Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного события на условную вероятность другого при условии, что первое событие произошло:

Необходимо подчеркнуть, что общем случае доказать эту теорему невозможно, теории вероятности она вводится как правило. Существует лишь толкование этой формулы.

Из доказанной теоремы получаются следствия:

* симметричность независимости событий если событие не зависит от события то событие не зависит от события
* если события независимы, то (ВА)

Рассмотрим пример применения теоремы умножения вероятностей.

Пример ящике находятся белых черных шара. Последовательно вынимаются два шара без возвращений. Определить вероятность того, что оба шара белые. Рассмотрим следующие события «первый шар белый» «второй шар белый» Требуется определить вероятность события =АВ. соответствии теоремой (АВ) Определим соответствующие вероятности ак как при извлечении первым белого шара количество белых шаров урне станет при общем числе шаров.

Для иллюстрации применений теоремы умножения вероятностей случае независимых событий можно рассмотреть следующий комплексный пример.

Изученные теоремы дают возможность получить важные утверждения теории вероятностей формулу полной вероятности формулу Байеса.

Рассмотрим систему из попарно несовместных событий В1, В2, Bk, образующих полную группу событий, где невозможное событие. Пусть дано событие удовлетворяющее равенству В1А В2А BkA. Показав попарную несовместность событий В1 В2А, BkA, найдем вероятность наступления события Любое событие, входящее обязательно входит некоторое, но одно Вi так как B1 B2, Вk образуют полную группу, тогда. Полученная формула называется формулой полной вероятности. Довольно часто можно встретить подходы, при которых события Bt называются гипотезами обозначаются Нi, тогда формула полной вероятности может быть переписана.

Иллюстрацию формулы полной вероятности легко провести на основе рассмотренного ниже примера.

Пример: ящике находятся белых черных шара. Последовательно вынимаются два шара без возвращений. Определить вероятность того, что на втором шаге появится черный шар. На первом шаге может появиться как белый, так черный шар. Рассмотрим следующие события: событие В1 «первый шар белый» событие В2 «первый шар черный» событие «второй шар черный» По формуле полной вероятности:Требуется определить вероятности событий (В1) (В2) (/В1) (/В2) Вероятность на первом шаге извлечь белый шар (В1) вероятность на первом шаге извлечь черный шар (В2) вероятность того, что на втором шаге появится черный шар, если на первом шаге был извлечен белый (/В1) вероятность того, что на втором шаге появится черный шар, если на первом шаге был извлечен черный шар (/В2) тогда по формуле полной вероятности:

Как правило, вместе формулой полной вероятности соответствии логикой вопроса изучается формула Байеса, так как она дает решение обратной задачи. Проводится испытание, результате которого произошло событие Какова вероятность того, что этом испытании произошло событие Вi

Методика изучения понятия «случайная величина»

Изучение основных характеристик случайных величин

Понятие «случайная величина» третье фундаментальное понятие теории вероятностей. Без знаний учащихся области элементов математического анализа корректное изучение этого понятия его свойств не представляется возможным. Можно остановиться лишь на изучении дискретной случайной величины. При достаточном уровне математической подготовки учащихся есть возможность более детально изучить определение свойства непрерывных случайных величин.

Ввести определение случайной величины желательно конкретно-индуктивным способом. Рассмотрев ряд примеров случайных величин (число выпавших очков при бросании игровых костей, число голосов, набранных кандидатами, результат измерения формулируется определение понятия случайной величины (переменная, которая принимает числовые значения зависимости от исхода некоторого опыта; обозначение подчеркивается, что случайная величина принимает числовые значения, которые заранее неизвестны. Другой подход определению функциональный. Случайную величину можно рассматривать как функцию элементарного события областью определения (множество событий)

Таким образом, представлена методика работы при использовании элементов теории вероятностей классе.

На основании этого можно сделать вывод, что ознакомление школьников элементами теории вероятностей повышает интерес предмету, следовательно, повышается эффективность обучения, которое может проводиться на факультативных занятиях.

Так как при анализе учебников математики анкетировании учителей Кунгура было выявлено, что данная тема рассматривается недостаточно, лишь учебнике математики класса Дорофеева (приложение Автором данной работы была разработана программа факультативного курса по теории вероятностей курсе математики класса.

Заключение

На современном этапе обучения школьный курс математики стали вводиться элементы теории вероятностей.

В настоящее время она завоевала очень серьезное место науке прикладной деятельности. Сейчас без достаточно развитых представлений случайных событиях их вероятностях невозможно полноценно работать физике, химии, биологии, управлять производственными процессами.

Значение теории вероятностей современной науке практической жизни понято достаточно хорошо представителями ряда научных дисциплин. Но эта наука имеет очень важное методологическое значение, поскольку она вводит круг новых, гораздо более широких закономерностей, которые позволяют описывать явления окружающего нас мира полнее глубже. Познакомить этими закономерностями еще школьном возрасте является важной задачей, поскольку позднее переделать психику на новый способ мышления гораздо сложнее.

Поскольку многие задачи элементами теории вероятностей доступны ученикам, интересны им, то их необходимо включать учебники. Они привлекают ребят делают уроки многообразными интересными.

Целью формирования развития математических способностей школьников их интереса математике будет актуальна такой способ обучения как факультативный курс.

Факультативные занятия школьники посещают по желанию, следовательно, педагогу необходимо создать условия, при которых способные ученики смогут реализовать свои возможности, остальные учащиеся смогут решать посильные для них задачи или, пользуясь помощью учителя, более трудные задания.

В ходе работы было рассмотрено два определения теории вероятностей: классическое статистическое. Для решения задач по теории вероятностей следует применять следующие теоремы: сложения вероятностей несовместимых событий, умножения вероятностей, сложений вероятностей совместимых событий; формулы: полной вероятности, Бейеса (Байеса)

И также изучена различная литература, разработаны проведены уроки. На основании этого можно сделать вывод, что ознакомление школьников элементами теории вероятностей повышает интерес предмету, следовательно, повышается эффективность обучения. Однако эффективность может быть достигнута лишь том случае, если учитель понимает осознает эффективность такого обучения.

Также была представлена методика работы при использовании элементов теории вероятностей классе.

В ходе работы был проведен анализ учебников математики. Выявлено, что лишь учебнике математики класса под редакцией Дорофеева раскрывается материал по данной теме.

Было проведено анкетирование учителей разных школ города, по итогам которого можно сказать, что задания по данной теме используются недостаточно, хотя играют большую роль развитии логического мышления.

Таким образом, была разработана программа факультативного курса по теории вероятностей курсе математики класса; изучена методическая научная литература по данной теме; показана методика работы при использовании элементов теории вероятностей на уроках математики школе; подобрана система задач упражнений, направленных на изучение данной темы. Следовательно, цель реализована, задачи решены.

Литература

1. Баврин, Высшая математика: Учеб. для студ. естественно-научных специальностей педагогических вузов Баврин. - изд. испр. доп. Издательский центр «Академия» 2004. 616

2. Газета «Математика» 27, 2000.

3. Газета «Математика» 2007.

4. Дорофеева, .Высшая математика. Гуманитарные специальности: Учеб. пособие для вузов. - изд. перераб. доп. Дрофа, 2003. 384

5. Журнал «Математика в школе» 2005

6. Каменкова, Элементы теории вероятностей: Учеб. пособие. для ссузов. – изд. Дрофа, 1993.-328

7. Математика кл. Учеб. Для общеобразоват. учеб.завед. Дорофеев, Суворова, Шарыгина др. - изд. Стереотип. Дрофа, 2000. 416

8. Методика технология обучения -ке. Курс лекций: пособие для вузов Стефановой, Подходовой.– Дрофа, 2005.-416

9. Никольский, Элементы математического анализа: Учеб. пособие для студ. ссузов. - изд. перераб. доп. Дрофа, 2002. 272

10.http:/med-lib.ru/

11.http:/referatovbank.ru/

Приложения

Приложение: Анкетирование учителей

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Шерстобитова Ольга АлександровнаЛицей  | Гердовец Жанна НиколаевнаШкола 16 | Воронкова Наталья ИвановнаШкола 10 |
|  Есть ли учебниках математики -го класса задания по теории вероятностей? |
| да, но не во всех | не во всех | да |
| в каких? |
| Мордкович . Виленкин . Дорофеев  | Последнее издание Виленкина . | Мордкович .,Виленкин . |
|  Нужны ли такие задачи школьникам? |
| Нужны, . они развивают логическое мышление, интерес к математике |
|  Используются ли вами задачи по теории вероятностей на уроках в классе? |
| да, но редко | редко | в конце года хотела попробовать |
|  Нравятся ли данные задачи детям? |
| нравятся | да, но не все их понимают | еще не знаю |

Приложение

Программа факультативного курса по теории вероятностей в курсе математики 8 класса

Предисловие

Вы начинаете изучать раздел математики под названием:«Теория вероятностей».

В данном факультативном курсе вы найдете много интересных полезных для себя сведений, которые связаны жизнью.

Случай, случайность ними мы встречаемся повседневно: случайная встреча, случайная поломка, случайная находки, случайная ошибка. Этот ряд можно продолжать бесконечно. Казалось бы, тут нет места для математики—какие уж законы царстве Случая! Но здесь наука обнаружила интересные закономерности—они позволяют человеку уверенно чувствовать себя при встреча со случайными событиями.

Основа хорошего понимания теории вероятностей умение считать, думать, рассуждать, находить удачные решения задач. Все эти навыки способности вы можете выработать, если будете настойчивы, трудолюбивы внимательны на уроках, будете самостоятельно интересом заниматься.

На данном факультативном курсе будут использованы такие виды деятельности, как практические, лабораторные работы, игры, семинары. Данный курс вам поможет по-другому посмотреть на окружающий мир, ведь мы живем мире случайных событий. Изучив его, вы сможете объективно оценивать некоторые вещи, опираясь на математические подсчеты.

Для изучения данного факультативного курса вам понадобится: кубики (кости) пуговицы, спичечный коробок, монеты, кнопки, жестяные крышки, клей, картон, спички.

Желаю вам успехов в овладении тайнами удивительного раздела математики теория вероятностей!

**Урок: Изготовление наглядных пособий**

Цель: изготовление наглядных пособий для изучения данного курса.

Оборудование: картон, карандаш, клей, пластилин, спичка.

Изготовьте «неправильный» кубик из листа плотной бумаги. Для этого надо вырезать фигуру, изображенную на рис. написать на гранях цифры склеить кубик, предварительно прикрепив внутренней стороны грани цифрой кусок пластилина.

Развертка пирамидки внутренней стороны грани цифрой приклейте кусок пластилина, после чего склейте пирамидку. Считается, что на пирамидке выпало очка, когда грань цифрой не видна, она касается стола

Вырежьте из плотного картона неправильный пятиугольник, Проткните его точке спичкой, чтобы получился волчок. Позиция волчка, означает, что выпало очков.

Наглядные пособия убираются в шкаф или лаборантскую.

**Урок: Вероятность случайных событий**

Цели:

* ознакомление учащихся темой «Вероятность случайных событий»
* рассмотрение роли задач в усвоении элементарных знаний теории вероятностей; доступности изучения элементов теории вероятностей.

Оборудование: записи на доске, индивидуальные карточки, аншлаги,

карточки домашним заданием.

Ход урока

Изложение нового материала.

А что же такое случайные события? К примеру, вы купили лотерейный билет. Вы можете выиграть, можете проиграть. Такие события называют случайными. Случайные события события, которые могут произойти, могут не произойти при одних и тех же условиях. На выборах может победить один кандидат, может другой.

Рассмотрим виды случайных событий. Например, вы бросаете монету. Может выпасть «орел» может «решка» Возможности наступлений этих событий равны. Такие события называются равновозможными или равновероятными.

Но не все события равновозможные. Например, будильник может прозвенеть, может не прозвенеть, автобус может изломаться, перегореть лампочка. Но при обычных условиях они маловероятны.

Маловероятные события это события, которые при обычных случаях не происходят. Пример: автобус может изломаться, перегореть лампочка.

Более вероятно, что будильник зазвенит, лампочка загорится.

Более вероятные события - это события, которые происходят при обычной жизни при обычных условиях.

Есть такие события, которые в обычных условиях происходят обязательно не всегда. Они называются достоверными. Например, если опрокинуть чашку с водой, вода обязательно выльется. Приведите свои примеры достоверных событий.

Есть такие события, которые при обычных условиях не происходят никогда. Они называются невозможными. Например, невозможно в обычных условиях, не вылить воду, перевернув стакан вверх дном. Приведите свои примеры невозможных событий.

Достоверные невозможные события встречаются сравнительно редко. Можно сказать, что мы живем в мире реальных событий. Поэтому важно понять, можно ли найти какие либо закономерности в мире случайного? Можно ли какими либо способами оценить шансы наступления интересующего нас случайного события? Ответы на эти вопросы дает наука, которая так называется теория вероятностей. Подведем итог: что такое случайные события? Какие они бывают, приведите примеры на каждый вид случайного события.

Решение задач и упражнений.

Задание. - Какие из следующих событий - случайные, достоверные, невозможные.

На доске начерчена таблица:

|  |
| --- |
| События |
| случайные | достоверные | невозможные |

Инструктаж

Вы должны выбрать соответствующие события и вписатьв в таблицу ту цифру, которая соответствует событию. Разберем первый пример:

Черепаха научится говорить. Это событие невозможное. Вписываем букву, в колонку невозможных событий.

Самостоятельная работа по карточкам:

 черепаха научится говорить;

 вода в чайнике, стоящем на плите, закипит;

 ваш день рождения 10 июня;

 день рождения вашего друга 30 февраля;

 вы выигрываете, участвуя в лотерее;

 вы не выигрываете, участвуя в беспроигрышной лотерее;

 вы проигрываете партию в шахматы;

 вы завтра встретите инопланетянина;

 на следующей неделе испортится погода;

 сегодня не четверг;

 после четверга будет пятница;

 после пятницы будет четверг.

 Проверка самостоятельной работы

Задание - Егор и Даниил договорились: если стрелка вертушки остановится на белом поле, то забор будет красить Егор, а если на темном то Даниил.У кого из мальчиков больше шансов красить забор?

Задание - Используя выражения «более вероятно»«менее вероятно»«равновероятные» события сравните возможность наступления случайных событий (устно)

Вы просыпаетесь утром

Это будний день; это выходной.

Вы подбрасываете игральный кубик

Выпадает шестерка; выпадает не шестерка.

Сборная России играет со сборной Чехии

Сборная России выигрывает; сборная России не выигрывает.

**Домашняя работа**

Дома у вас будет работа по карточкам. Посмотрите на карточку. Прочитайте про себя все пункты. Что нужно сделать? Как это сделать?

Карточка с домашней работой

Бросить монету и определить, что выпало: орел или решка. Провести 10 бросков. перечертить таблицу в тетрадь. Результаты записать в таблицу. После таблицы подсчитать отношение числа выпадения решки.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Число бросаний | Выпадение орла | Выпадение решка |
|  |  |  |
| 10 |  |  |

Итог урока

**Урок. Частота и вероятность случайного события**

Цели:

* ознакомление учащихся с темой: «Частота и вероятность случайного события»
* продолжение изучения случайных событий;
* проведение ряда опытов на определение вероятности случайного события.

Оборудование: две пуговицы, неправильная пирамидка.

Изучение нового материала

Как вы помните, мы проводили эксперимент с подбрасыванием монеты определяли вероятность выпадения орла.

Итоговые результаты вашего класса вы можете сравнить с результатами, полученными учениками одной из школ 1994 году, при 6000 испытаний «орел» выпал 2953 раза.

В XVIII в. такие же эксперименты с монетой проводил французский естествоиспытатель Жорж Луи де Бюффон, у которого «орел» выпал 2048 раз при 4040 подбрасываниях монеты. В начале XX в. английский математик Карл Пирсон провел уже 24 000 экспериментов, при этом «орел» выпал 12 012 раз.

Для каждого из рассмотренных экспериментов подсчитаем, какую часть составляет выпадение «орла» от общего числа бросаний монеты, или, как говорят, подсчитаем частоту выпадения «орла»

Получим:

 Бюффона

 школьников

 Пирсона

 какая частота выпадения «орла» получилась в вашем классе?

Нетрудно заметить, что серии экспериментов, проведенных в разные эпохи в разных странах, дают похожий результат: при многократном подбрасывании монеты частота появления «орла» примерно равна , Следовательно, хотя каждый результат подбрасывания монеты случайное событие, при многократном повторении эксперимента видна отчетливая закономерность.

Число, это вероятность случайного события «выпадение «орла» Так как в этих экспериментах «решка» появляется также примерно в половине случаев, то вероятность выпадения «решки» равна.

Вероятность события обозначается большой латинской буквой (первой буквой французского слова probabilite, что при переводе означает возможность, вероятность)

Если обозначить событие «выпадет «орел» событие «выпадет «решка» буквой наш результат можно записать так:

Иногда вероятность выражают в процентах, тогда:

( 50% ( 50%

Тот факт, что вероятность появления «орла» равна, конечно, не означает, что при любой серии экспериментов «орел» появится ровно в половине случаев. Но если число экспериментов достаточно велико, мы можем дать прогноз, что «орел» выпадет примерно половине случаев. Таким образом, в каждом из экспериментов бросанием монеты мы сначала подсчитывали частоту рассматриваемого события с помощью формулы:

Затем, используя найденную частоту, мы оценивали вероятность данного события.

Оценку вероятности случайного события по его частоте можно сделать, используя результаты других, самых разнообразных экспериментов кнопками, игральным кубиком, рулеткой, автомобильными или телефонными номерами.

В таблице представлены результаты экспериментов, проведенных учениками летней математической школы, которые оценивали вероятность наступления случайного события «кнопка выпадет острием вниз»

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число экспериментов | 10 | 20 | 30 | 50 | 100 | 200 | 500 | 1000 |
| Число выпадения кнопки острием вниз |  |  | 14 | 22 | 45 | 92 | 225 | 450 |
| Частота выпадения кнопки острием вниз | , | ,45 | ,47 | ,44 | ,45 | ,46 | ,45 | ,45 |

По таблице можно сделать вывод, что вероятность выпадения кнопки острием вниз примерно равна ,45 или 45%

Вероятностные оценки широко используются по физике, биологии, социологии, экономике политике, спорте повседневной жизни каждого человека.

Если прогнозепогоды сообщают, что завтра будет дождь с вероятностью 70% это значит, что не обязательно будет дождь, но шансы велики стоит, выходя из дому, захватить плащ или зонтик.

**Проведение экспериментов**

**Эксперимент**

Оцените вероятность выпадения очков при подбрасывании пирамидки, выполнив 100 экспериментов. Развертка пирамидки с внутренней стороны грани с цифрой приклеен кусок пластилина. Считается, что на пирамидке выпало очка, когда грань с цифрой не видна, она касается стола.

Задание. Известно, что на 100 батареек попадаются бракованные. Какова вероятность купить бракованную батарейку?

Задание. По статистике, в ороде Новинске за год из каждой 1000 автомобилистов попадают ваварию. Какова вероятность того, что автомобилист в этом городе весь год проездит без аварий?

Домашняя работа

Принести спичечный коробок и монету

Итог урока

**Урок. Практикум по решению заданий**

Цели:

* использование на практике теоретических знаний;
* проверка усвоения изученного материала по определению случайных событий их вероятности.

Оборудование: монеты, спичечный коробок

Ход урока

Работа по теме

Задание. Для каждого из перечисленных событий определите, какое оно: достоверное, очень вероятное, возможное, маловероятное или невозможное. Отметьте это в таблице знаком « как это сделано для событий:

1. Летом у школьников будут каникулы.
2. В июле в Москве будет солнечно.
3. После уроков дежурные уберут кабинет.
4. В классе школьники не будут изучать математику.
5. Зимой выпадет снег.
6. января 2001 года наступит XXI век.
7. При включении света лампочка перегорит.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Событие |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 10 | 11 | 12 |
| Достоверное |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Очень вероятное |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Возможное |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Маловероятное |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Невозможное |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Задание. Разобьемся на 10 групп по 3 человека Каждая группа должна совершить 10 бросаний монеты и подсчитать, сколько раз выпадет «орел» Результаты запишите в таблицу.(начерчена на доске)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1группа |  | 6группа |  |
| 2группа |  | 7группа |  |
| 3группа |  | 8группа |  |
| 4группа |  | 9группа |  |
| 5группа |  | 10группа |  |

Итого:

После таблицы подсчитать отношение числа выпадения орла.

Домашняя работа

Задача. Пусть в мешке имеется 15 шаров различных цветов: 7белых, 3 зеленых, 5 красных. Вытаскивают наугад один шар. Какова вероятность того, что будет вытащен белый шар? Зеленый шар? Красный шар?

Итог урока

**Урок. Лабораторная работа.**

Тема:«Вероятность случайных событий»

* Цели: обобщение и систематизирование знаний по данной теме; развитие интереса к математике;

Оборудование: монеты, фишки, кости.

Ход работы.

Игра «Спасайся!

Поставьте фишку на кружок "начало"

Бросьте любую монету. Если выпадет "орёл" то двигайтесь по стрелке Если выпадет "решка" то двигайтесь по стрелке

Продолжайте игру, пока вас не съедят или вы окажетесь в безопасности в подводной пещере.

Сыграйте 10 раз. Сколько раз вас съели?

Результат запишите в таблицу.

Начните игру с другого кружка. Сыграйте 10 раз.

Результат запишите в таблицу.

Сделайте вывод. У какого кружка надо начинать игру, чтобы она была менее опасной?

Игра «Кости»

Бросить кости и сосчитать сумму очков. .Провести 10 игр по 10 бросков.

Результат записать в таблицу.

|  |  |
| --- | --- |
|  броска(по десяткам) | Сумма очков на кости |
|  |  |  |  |  | 12 |
| 10 |  |  |  |  |  |  |
| 20 |  |  |  |  |  |  |
| 100 |  |  |  |  |  |  |

Всего: 100

Вероятность:

Вычислить вероятность появления каждой суммы очков.

Сделайте вывод. Сколько очков выпало больше число раз? Как вы думаете, почему?

Итог урока: контрольные вопросы:

Кaкие события называют достоверными? невозможными? случайными? Приведите примеры.

Какие события считаются равновозможными? несовместимыми? единственно возможными? Приведите примеры.

**Урок. Эксперименты со случайными исходами**

Цели:

* ознакомление учащихся с темой «Случайные исходы»
* проведение ряда экспериментов по данной теме;
* закрепление знаний по теме:«Вероятность случайных событий»

Оборудование: записи на доске, кубики, карточки с домашним заданием.

Ход урока

Повторение изученного материала.

Изучение нового материала.

Сегодня мы вами узнаем, что такое случайные исходы. Представьте: перед началом футбольного матча судья подбрасывает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет матч из центра поля. Как вы думаете, какие шансы у каждой команды начать игру? Имеет ли право судья вместо монеты подбросить, например, кнопку?

Подбрасывание кнопки, как и подбрасывание монеты, это эксперимент со случайными исходами, его результат тоже зависит от случая.

Кнопка может упасть как на острие, таки и на кружок. Но можно ли считать эти события равновозможными, или одно из них более вероятно, чем другое? Чтобы ответить на этот вопрос, надо много раз повторить эксперимент подбрасыванием кнопки.

Такое исследование провела группа из 20 шестиклассников в летней математической школе в 1994 году. Каждый из них 100 раз подбросил кнопку, всего было проведено 2000 экспериментов. В итоге кнопка упала на острие 909 раз, на кружок 1091 раз. Имеет ли право судья подбросить кнопку?

Эти эксперименты показывают, что кнопка чаще падает на кружок. Следовательно, судья не имеет права перед матчем заменить монету кнопкой команд такой ситуации были бы неравные шансы начать игру.

Приведите свои примеры случайных исходов.

Проведение экспериментов.

Эксперимент

При бросании игрального кубика возможно исходов. Какие? Как вы думаете, если сделать 1000 бросаний, сколько примерно, раз из 1000 бросаний кубика выпадает очко? Проверьте ваше предположение, проведя классе следующий эксперимент.

Разобьемся на 10 групп по 3 человека Всего получилось 10 групп. Каждая группа должна совершить 10 бросаний и подсчитать, сколько раз выпадет очко. Результаты запишите в таблицу №(начерчена на доске)

Результаты просуммировать. Сравнить ответ, полученный экспериментально с вашими предположениями. Вычислите вероятность выпадения очка. Что для этого нужно сделать?(поделить количество выпадения очка на 1000) Сделайте вывод. Большая ли вероятность выпадения очка.

Эксперимент

Возьмите «неправильный» кубик, предварительно был прикреплен пластилин на стороне с цифрой. Каждой группе нужно провести 10 бросаний «неправильного» кубика. Подсчитать, сколько раз выпадет очко. Каждая группа также подсчитывает свои результаты и заносит их в таблицу №(такая же, как таблица № Результаты просуммировать. Вычислите вероятность выпадения очка при бросании «неправильного» кубика. Сравнить результат этого опыта с результатами предыдущего. В каком случае вероятность выпадения очка больше и почему? Сделайте вывод.

Эксперимент

В предыдущем эксперименте вы подбрасывали кубики и записывали сумму выпавших очков. Приведите по два примера:

 достоверных событий;

 невозможных событий;

 случайных событий.

Домашняя работа

Установите, какие из событий достоверные, невозможные, случайные:

 выплата 100 рублей семью монетами;

 наугад выбранное число, составленное из цифр без повторений, меньше 400.

 появление 19 очков при бросании трех игральных кубиков;

 выплата 1000 рублей четырьмя купюрами;

 появление сразу трех лайнеров над аэропортом.

 Итог урока.

**Урок. Практикум по теме: «Эксперименты со случайными исходами»**

Цель: закрепление знаний по теме:«Эксперименты со случайными исходами» Оборудование: две кнопки, неправильный пятиугольник, карточки с незаконченными предложениями.

Ход урока

Работа по теме

Задание. Два приятеля с помощью вертушки решают, как им провести воскресенье: если стрелка остановится на белом, они пойдут в кино, если на черном, на стадион. Какое из событий вероятнее: приятели пойдут на стадион или в кино?

Задание. Вы выигрываете, если стрелка останавливается на белом. Какая из вертушек, дает вам больше шансов на выигрыш?

Задание. Сколько раз из ста при одновременном подбрасывании двух кнопок обе кнопки упадут на кружок? Проведите эксперименты.

Задание. Возьмите Волчек из неправильного пятиугольника. Проведите 100 случайных экспериментов, заполните таблицу результатов, чтобы подсчитать частоту и оценить вероятность следующих событий:

 выпадает четное число очков;

 выпадает число очков, меньшее

Работайте парами: один из вас крутит волчок, другой записывает результаты экспериментов.

Домашняя работа

В урне 10 одинаковых шаров, из которых 5 красных 3 голубых. Из урны извлекается шар. Какова вероятность того, что извлеченный шар окажется голубым?

Есть три ключа от трех замков. Они перемешались. Сколько проб достаточно, чтобы подобрать ключи к замкам?

Итог урока

**Урок. Лабораторная работа «Эксперименты со случайными исходами**»

Цель:

* обобщение и систематизирование знаний по теме:«Эксперименты со случайными исходами»

Оборудование: две кнопки, два кубика.

Опыт

Провести эксперимент из 100 одновременных бросаний двух кнопок.

Подсчитать, сколько раз ОБЕ кнопки упадут на кружок.

Подсчитать вероятность выпадения двух кнопок на кружок.

Опыт

Провести эксперимент из 100 одновременных бросаний двух кубиков.

Подсчитать, сколько раз на ОБОИХ кубиках выпадет очка.

Подсчитать вероятность выпадения очков.

Сравните эти два опыта, сделайте вывод и запишите его.

Итог урока: Сравнение результатов опытов.

**Урок. Практикум по теме: «Частота вероятность случайного события»**

* Цели: представить роль задач и усвоении элементарных знаний прит вычислении частоты вероятности случайного события; представить доступность изучения элементов теории вероятностей и использование их в жизни.

Оборудование: книга, неправильный кубик, монета.

Ход урока

Работа по теме

Задание. Чтобы определить, как часто встречаются в лесопарке деревья разных пород, ребята провели следующие эксперименты. Каждый выбрал свою тропинку по пути следования записывал породу каждого десятого дерева. Результаты были занесены в таблицу.

Оцените вероятность того, что выбранное наугад в этом парке дерево будет: сосной; хвойным; лиственным.

Указание. Ответ округлите до сотых.

Задание. Чтобы определить, какой цвет волос встречается в городе чаще, а какой реже, студенты за полчаса провели следующий эксперимент. Каждый выбрал свой маршрут и записывал по пути следования цвет волос каждого пятого встречного.

Результаты были занесены в следующую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Цвет волос | брюнеты | шатены | рыжие | блон­дины | всего |
| Число людей | 198 | 372 | 83 | 212 | 865 |

Оцените вероятность того, что выбранный наугад житель этого города будет:шатеном; рыжим; не рыжим.

Указание. Ответ округлите до сотых.

Задание 15. Выберите наугад одну страницу из книги любого писателя и посчитайте, сколько раз на этой странице появляются буквы « « также сколько всего на ней букв. Оцените вероятность появления букв « « в этом тексте.

Объясните, почему на клавиатурах пишущих машинок и компьютеров буква « расположена ближе к центру, буква « ближе к краю. Как вы объясните расположение других букв?

Задание. Задача Даламбера. Какова вероятность того, что при двух бросаниях монеты хотя бы один раз выпадет «орел» Проведите 100 экспериментов оцените эту вероятность.

Домашняя работа

В мешке имеется 9 красных, 6 белых 5 зеленых шара. Сколько шаров нужно вынуть из мешка, чтобы наверняка иметь шары трех цветов?

Итог урока.

**Урок. Лабораторная работа «Частота и вероятность случайного события»**

Цель:

* обобщение и систематизирование знаний по теме:«Частота и вероятность случайного события»

Оборудование: кубик.

Какова вероятность выпадения очков при подбрасывании правильного кубика?

Для ответа на эти вопросы проведите 100 экспериментов, подбрасывая кубик.

Всего: 100

Сведите в общую таблицу результаты своих экспериментов. При этом каждая следующая строка таблицы заполняется прибавлением от предыдущей строке результатов, полученных одним из учеников. Подсчитайте частоты указанных событий. Результаты округлите до сотых.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Всего экспериментов | Выпадает | Частота выпадения |
|  очка | не очка |  очков | не очков |
| 100 |  |  |  |  |
| 200 |  |  |  |  |
| 300 |  |  |  |  |
| 400 |  |  |  |  |
| 500 |  |  |  |  |
| 600 |  |  |  |  |
| 700 |  |  |  |  |
| 800 |  |  |  |  |
| 900 |  |  |  |  |
| 1000 |  |  |  |  |
| 1100 |  |  |  |  |
| 1200 |  |  |  |  |
| 1300 |  |  |  |  |
| 1400 |  |  |  |  |
| 1500 |  |  |  |  |

Итог урока.

**Урок. Вероятности достоверных, невозможных и случайных событий**

Цели:

* ознакомление учащихся с темой «Вероятность достоверных, невозможных и случайных событий»
* представление роли задач и усвоении элементарных знаний теории вероятностей.

Ход урока

Работа по теме

Как мы уже знаем, достоверное событие это событие, которое обязательно происходит при каждом повторении эксперимента, невозможное событие не происходит ни при каком повторении эксперимента.

Поэтому естественно считать, что вероятность достоверного события равна вероятность невозможного события равна

Вероятность случайного события может быть любым числом. Чем больше вероятность, тем чаще наступает случайное событие при многократном повторении эксперимента.

Какова вероятность того, что солнце взойдет на западе?

Какова вероятность того, что после 31 декабря наступит 1 января?

В пакете лежат 20 зеленых 10 желтых груш. Какова вероятность вынуть из пакета грушу? Какова вероятность вынуть из пакета яблоко?

В мешке 20 красных яблок и 10 зеленых. Какое наименьшее количество яблок нужно вынуть, не заглядывая в мешок, чтобы с вероятностью, равной 3 среди вынутых было хотя бы одно красное яблоко? Придумайте и запишите по 2 примера вероятности достоверных, невозможных и случайных событий.

Домашняя работа

В мешке имеется 2 белых 3 синих шара. Какова вероятность вытащить все шары? Белый шар? Синий шар?

Итог урока

**Урок. Вероятность равновозможных событий**

Цели:

* ознакомление учащихся с темой:«Вероятность равновозможных событий»
* продолжение изучения случайных событий;

Ход урока

Работа по теме

Вы уже научились оценивать вероятность случайного события, проводя достаточно большое число экспериментов.

Однако, когда все исходы случайного эксперимента равновозможны, вероятность каждого исхода легко подсчитать, не проводя экспериментов.

Самый простой из примеров такого рода это подбрасывание монеты. Этот эксперимент имеет два исхода:«орел» или «решка» Проведя эксперименты, мы уже установили, что вероятность появления «орла» равна вероятности появления «решки»,тот результат нетрудно было предугадать без проведения опытов. Так как при бросании монеты возможны два равновозможных исхода выпадение «орла» и выпадение «решки» то вероятность каждого из них равна

Точно так же при бросании «правильного» кубика все шесть исходов данного эксперимента равновозможны.

Таким образом, мы можем вычислить вероятности возможных исходов, не проводя экспериментов, только если очевидно, что все исходы случайного эксперимента равновероятны.

На экзамене 24 билета. Андрей не разобрался и одном билете и очень боится его вытянуть. Какова вероятность, что Андрею достанется несчастливый билет?

Всего из данного эксперимента «вытянуть наугад один билет» 24 исхода, все они равновероятны. У Андрея один шанс из 24 вытянуть несчастливый билет. Поэтому вероятность того, что Андрею достанется несчастливый билет, равна 24

В лотерее 10 выигрышных билетов, 240 билетов без выигрыша. Какова вероятность выиграть эту лотерею, купив один билет?

Задание. На вопрос викторины было получено 1250 открыток с правильными ответами, в том числе и ваша. Для определения призера ведущий должен наугад вытащить одну открытку. Какова вероятность того, что приз достанется вам?

Задание. За победу на телеигре Яна получит главный приз путешествие, если за одну попытку угадает, в каком из 12 секторов в табло спрятан приз.

Какова вероятность того, что Яна отправится в путешествие?

Известно, что призы расположены в четырех секторах табло. Какова вероятность того, что Яна выиграет какой-нибудь приз?

Домашняя работа.

Итог урока.

**Урок. Практикум по теме: Вероятность равновозможных событий**

Цели:

* проверка осмысления материала по теме:«Вероятность равновозможных событий» путем решения задач;
* закрепление знаний по теме:«Вероятность случайных событий»

Оборудование: карточки с незаконченными предложениями.

Ход урока

Работа по теме

Задание. На трехместную скамейку произвольным образом садятся двое мужчин и женщина. Какова вероятность того, что мужчины окажутся рядом?

Задание. Грани кубика окрашены в красный и желтый цвет. Вероятность выпадения красной грани равна 5, вероятность выпадения желтой грани равна 7 Сколько красных и желтых граней у кубика?

Задание. В ящике лежат 10 красных, 15 синих и 20 зеленых карандашей. Вы наугад вынимаете карандаш. Какова вероятность того, что это красный карандаш? желтый карандаш? не зеленый карандаш? Какое наименьшее количество карандашей нужно вынуть, чтобы с вероятностью, равной 4 среди них был зеленый карандаш?

Итог урока

**Урок 14. Практикум по теме:«Вероятность равновозможных событий»**

Цели:

* проверка осмысления материала по теме:«Вероятность равновозможных событий» путем решения задач;
* закрепление знаний по теме:«Вероятность случайных событий»

Оборудование: карточки незаконченными предложениями.

Ход урока

Работа по теме

Задание. Какова вероятность того, что при трех бросаниях монеты три раза выпадет орел? два раза выпадет орел? один раз выпадет орел? ни разу не выпадет орел?

Задание. Придумайте три эксперимента, имеющие равновероятные исходы, три эксперимента, имеющие неравновероятные исходы.

Задание. Бросаются одновременно два игральных кубика. Какова вероятность того, что сумма очков будет равна 12?

Задание. В известной игре «камень и ножницы и бумага» два игрока одновременно выбрасывают на пальцах одну из трех возможных фигур.

В комбинации — выигрывает камень (камень «тупит» ножницы), в комбинации — выигрывает бумага (бумага «обернет» камень), в комбинации — выигрывают ножницы (ножницы «режут» бумагу) Если игроки выбрасывают одинаковые фигуры, ничья.

Какова вероятность выигрыша для каждой из фигур?

Домашняя работа

Принести монету, жестяную крышку.

Придумать записать равновозможных событий.

Итог урока

**Урок. Лабораторная работа «Вероятность равновозможных событий»**

Цель:

* обобщение и систематизирование знаний по теме «Вероятность равновозможных событий»

Оборудование: монета, жестяная крышка

Ход урока

1. Работа по теме

Опыт

Какова вероятность того, что при подбрасывании крышка упадет дном вверх или вниз Для ответа на поставленный вопрос проведите 100 экспериментов, заполните таблицу результатов, посчи­айте частоту и оцените вероятность указанных событий:

Всего: 100. Сделайте вывод.

Опыт

Сыграйте вдвоем в следующую известную игру: один прячет монету в кулак, а другой угадывает, в каком из кулаков зажата монета. Проведите 50 экспериментов, когда монету прячет один из игроков, а 50 когда другой. Заполните таблицу, найдите частоту и оцените вероятность угадать, в каком кулаке спрятана монета.

Всего: 100

Сделайте вывод. Сравните результаты опытов.

Итог урока

**Урок. Вероятность вокруг нас**

Цели:

* показ вероятности вокруг нас в жизни;
* проверка понимания данной темы, используя задания.

Ход урока

Работа по теме

Для обсуждения вам предлагается несколько вероятностных проблем из тех, которые часто встречаются нашей жизни. Многие из них вы пока не можете решить строго математически. Поэтому хотелось бы, чтобы при обсуждении предложенных ситуаций вы опирались не только на те знания, которые вы уже получили, но на здравый смысл, жизненный опыт интуицию.

Задание .Данила на карточке спортлото ( из 49) отметил номера Наташа на своей карточке отметила номера 12, 17, 23, 35, 49. Как вы думаете, выигрыш какого набора чисел более вероятен? Поясните свое мнение.

Задание. Олег уже три месяца участвует в еженедельной лотерее, но ни разу не выиграл. Однако он продолжает играть, утверждая:«Лотерея случайная игра, иногда выигрываешь, иногда проигрываешь.И уже долго не выигрывал, поэтому уверен, что обязательно выиграю в одном из следующих розыгрышей» Согласны ли вы с рассуждением Олега?

Задание . Андрей отметил на карточке спортлото ( из 49) номера 11, 15, 29, 38, 40 выиграл. Тогда он решил, что эта комбинация чисел счастливая и он будет отмечать ее во всех тиражах. Действительно ли он увеличит свои шансы на выигрыш? Поясните свой ответ.

Задание 35. Ребята провели опыты по подбрасыванию монеты. Из 100 раз «орел» выпал 46 раз,«решка» 54 раза. Ребята поспорили, что вероятней появится при следующем бросании: «орел» или «решка» вероятней появление «орла» сказал Егор, ведь до этого эксперимента он выпадал реже, чем «решка» значит, теперь должен выпадать чаще» вероятней появление «решки» сказал Лена, раз она выпадала чаще, то и будет выпадать чаще»«Как мы знаем, появление «орла» «решки» равновероятно, сказала Наташа, результат каждого следующего случайного эксперимента не зависит от результатов предыдущих». Скем бы вы согласились почему?

Задание. За три последних года на реке было два наводнения, последнее из которых было в прошлом году. С каким вариантом ответа на вопрос «Когда будет следующее наводнение? Вы согласны и почему:

 в следующем году;

 через год;

 наводнений не будет несколько лет, так как за последнее время их уже было слишком много;

 не хватает данных, чтобы ответить на вопрос?

Задание. Во многих книгах встречается известный анекдот:

* Доктор, спрашивает пациент, пойдут ли у меня дела на поправку?
* Несомненно, отвечает врач. Статистика говорит, что один пациент из ста выздоравливает при этой болезни.
* Но почему же именно я должен выздороветь?
* Потому что вы как раз и есть мой сотый больной! Верно ли рассуждает доктор, каковы, по вашему мнению, шансы больного?

Задание . Женя купил булочку с изюмом, но изюма в ней не оказалось. Стоит ли Жене подавать в суд на хлебопекарный завод?

Домашняя работа

Придумать и записать две задачи на тему:«Вероятность вокруг нас»

Итог урока.

Урок. Решение задач, используя классическое определение вероятности

Цели:

* решение задач, используя классическое определение вероятностей;
* представить роль задач при усвоении знаний по теории вероятностей;
* показ доступности изучения элементов теории вероятностей.

Оборудование: карточки незаконченными предложениями.

Ход урока

Работа по теме

Как вы уже знаете, вероятностью события называется отношение числа элементарных исходов, благоприятствующих данному событию, числу всех равновозможных исходов опыта, в котором может появиться это событие. где число элементарных исходов, благоприятствующих событию

Это определение вероятности называют классическим. Оно возникло на начальном этапе развития теории вероятностей.

Задание 39. Все натуральные числа от 1 до 30 записаны на одинаковых карточках и помещены в урну. После тщательного перемешивания из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на взятой карточке окажется делящимся на 3

Задание 40. Какова вероятность того, что наудачу в выбранном двузначном числе цифры одинаковы?

Задание. Подбрасывается два игральных кубика, отмечается число очков на верхней грани каждого кубика. Найти вероятность того, что на обоих кубиках выпало одинаковое число очков.

Задание. В урне лежат 16 красных, 12 белых 8 синих шаров. Найти вероятность того, что:  вынут белый шар;  вынут красный шар;  вынут синий шар;  вынут цветной шар.

Итог урока

**Урок 18. Решение задач, используя классическое определение вероятности**

Цели:

* решение задач, используя классическое определение вероятностей;
* представить роль задач при усвоении знаний по теории вероятностей;
* показ доступности изучения элементов теории вероятностей.

Ход урока

Работа то теме

Задание. Пусть вы забыли одну цифру нужного вам номера телефона и набираете ее наудачу. Какова вероятность того, что вам придется сделать не более двух звонков?

Задание . Задача. В разделе ставки Подбрасывается монета. Первый игрок “набирает” гербы, а второй решки. Тот, кто первым наберет три единицы, забирает ставку. Игра была прервана, когда у первого игрока имелось два герба, у второго одна решка. Ставка должна быть разделена пропорционально шансам на выигрыш. Как ее разделить?

Итог урока

**Урок. Практикум по решению задач теории вероятностей**

Цели:

* показ практического владения знаниями по теории вероятностей;
* закрепление умений решать задачи.

Ход урока

Работа по теме

Задание. Из восьми сотрудников в июле могут пойти в отпуск три человека. Сколькими способами это можно сделать?

Задание. В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий сыграно на турнире?

Задание. В группе 12 студентов, среди которых 5 отличников. По списку наудачу выбраны 8 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 3 отличников.

Задание. Какова вероятность того, что наудачу выбранное целое число от 40 до 70 является кратным

Задание. В корзине 10 яблок, из которых четыре зеленых. Наудачу достали три яблока. Найти вероятность того, что хотя бы одно выбранных яблок зеленое.

Итог урока

На листках бумаги напишите что бы вы посоветовали учителю при изучении данного курса.

**Урок. Практикум по составлению задач**

Цели:

* показ уровня овладения материалом;
* применение знаний на практике.

Ход урока

Составление задач

Составьте задач по теории вероятностей и решите их. Напишите отдельно условия задач на карточках (в конце урока они собираются учителем)

Домашняя работа

Повторить материал по всему курсу

Итог урока

**Урок . Семинар по решению составленных задач**

Цели:

* показ практического владения знаниями по теории вероятностей;
* закрепление умений решать задачи.

Оборудование: карточки задачами.

Ход урока

Работа по теме

Раздаются карточки с задачами (карточку не должен получил автор) Дается 15 минут на решение задач, после чего производится проверка. Ученики выходят к доске и записывают их решения (можно несколько человек сразу) Остальные ученики проверяют задачи на места. За урок ставится две оценки: за составление задач и их решение.

Взаимопроверка

Домашняя работа

Подготовиться к контрольной работе

Итог урока

**Урок. Контрольная работа по решению задач теории вероятностей**

Цели:

* систематизирование знаний, умений по данному факультативному курсу;
* проверка степени усвоения материалом.

Ход урока

Работа по теме

У маленькой Вари две одинаковые пары варежек. Уходя на улицу, она наугад берет две варежки. Какова вероятность того, что они окажутся парными ( на разные руки)

Андрей выписывает по порядке возрастания все пятизначные числа, Сколько чисел он всего выпишет? Какое число будет первым? Какое последним? Какое число он запишет после 20122? перед ним?

Найдите вероятность того, что снова получится то же самое слово, если перемешать и выложить в ряд буквы слова: МЫЛО; РАМА; МАМА.

Два стрелка сделали по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания для первого стрелка 10, для второго 15, Какова вероятность, что:

 оба промахнутся;

 оба попадут;

 хотя бы один попадет;

 хотя бы один промахнется.

В ящике детали две исправленные две бракованные. Из ящика наугад вынимают по одной детали, пока не извлекут все бракованные. Сколько деталей, вероятнее всего, будут при этом извлечены?

Итог урока

Ответы на задания

 , ,03; ,998; 13. ,42; ,50; ,05; 14. ,43; ,10; ,90; 19. 20. 21. 22. 23. 24. красных желтых 25. зеленого; 26. 11; 29. 30. 39. , 40. , 41. 42. ( (>(<( 43. 44. 45. 46. , 47. : 48. 25; 24; 49. 50. 51. 53. 54. красное; 55. 56. 12; 57. 58. 56; 59. 105; 60. 61. 62.

Ответы на домашние задания

Урок Урок , Урок - Урок 11. Урок 12. Урок 17. Урок 18. Урок 20. 252; 720;