**Подсказка по алгебре**

**Формулы сокр. умножения и разложения на множители :**

(ab)=a2ab+b

(ab)=a3ab+3abb

a-b=(a+b)(a-b)

ab=(ab)(a∓ab+b),

(a+b)=a+b+3ab(a+b)

(a-b)=a-b-3ab(a-b)

xn-an=(x-a)(xn-1+axn-2+axn-3+...+an-1)

ax+bx+c=a(x-x1)(x-x2)

где x1 и x2 корни уравнения

ax+bx+c=0

**Степени и корни :**

apag = ap+g

ap:ag=a p-g

(ap)g=a pg

ap /bp = (a/b)p

ap⋅bp = abp

a0=1; a1=a

a-p = 1/a

p√a =b => bp=a

p√ap√b = p√ab

√a ; a 0

Квадратное уравнение

ax+bx+c=0; (a≠0)

x1,2= (-b±√D)/2a; D=b -4ac

D>0→ x1≠x2 ;D=0→ x1=x2

D<0, корней нет.

Теорема Виета:

x1+x2 = -b/a

x1⋅ x2 = c/a

Приведенное кв. Уравнение:

x + px+q =0

x1+x2 = -p

x1⋅x2 = q

Если p=2k (p-четн.)

и x+2kx+q=0, то x1,2 = -k±√(k-q)

Нахождение длинны отр-ка по его координатам

√((x2-x1)-(y2-y1))

**Логарифмы:**

loga x = b => ab = x; a>0,a≠0

a loga x = x, logaa =1; loga 1 = 0

loga x = b; x = ab

loga b = 1/(log b a)

logaxy = logax + loga y

loga x/y = loga x - loga y

loga xk =k loga x (x >0)

logak x =1/k loga x

loga x = (logc x)/( logca); c>0,c≠1

logbx = (logax)/(logab)

Прогрессии

Арифметическая

an = a1 +d(n-1)

Sn = ((2a1+d(n-1))/2)n

Геометрическая

bn = bn-1 ⋅ q

b2n = bn-1⋅ bn+1

bn = b1⋅qn-1

Sn = b1 (1- qn)/(1-q)

S= b1/(1-q)

**Тригонометрия.**

sin x = a/c

cos x = b/c

tg x = a/b=sinx/cos x

ctg x = b/a = cos x/sin x

sin (π-α) = sin α

sin (π/2 -α) = cos α

cos (π/2 -α) = sin α

cos (α + 2πk) = cos α

sin (α + 2πk) = sin α

tg (α + πk) = tg α

ctg (α + πk) = ctg α

sin α + cos α =1

ctg α = cosα / sinα , α ≠ πn, n∈Z

tgα ⋅ ctgα = 1, α ≠ (πn)/2, n∈Z

1+tgα = 1/cosα , α≠π(2n+1)/2

1+ ctgα =1/sinα , α≠ πn

Формулы сложения:

sin(x+y) = sin x cos y + cos x sin y

sin (x-y) = sin x cos y - cos x sin y

cos (x+y) = cos x cos y - sin x sin y

cos (x-y) = cos x cos y + sin x sin y

tg(x+y) = (tg x + tg y)/ (1-tg x tg y )

x, y, x + y ≠ π/2 + πn

tg(x-y) = (tg x - tg y)/ (1+tg x tg y)

x, y, x - y ≠ π/2 + πn

Формулы двойного аргумента.

sin 2α = 2sin α cos α

cos 2α = cos α - sin α = 2 cos α - 1 =

= 1-2 sinα

tg 2α = (2 tgα)/ (1-tgα)

1+ cos α = 2 cos α/2

1-cosα = 2 sin α/2

tgα = (2 tg (α/2))/(1-tg(α/2))

**Ф-лы половинного аргумента.**

sin α/2 = (1 - cos α)/2

cosα/2 = (1 + cosα)/2

tg α/2 = sinα/(1 + cosα ) = (1-cos α)/sin α

α≠ π + 2πn, n ∈Z

**Ф-лы преобразования суммы в произв.**

sin x + sin y = 2 sin ((x+y)/2) cos ((x-y)/2)

sin x - sin y = 2 cos ((x+y)/2) sin ((x-y)/2)

cos x + cos y = 2cos (x+y)/2 cos (x-y)/2

cos x - cos y = -2sin (x+y)/2 sin (x-y)/2

sin (x+y)

tg x + tg y = —————

cos x cos y

sin (x - y)

tg x - tgy = —————

cos x cos y

Формулы преобр. произв. в сумму

sin x sin y = (cos (x-y) - cos (x+y))

cos x cos y = (cos (x-y)+ cos (x+y))

sin x cos y = (sin (x-y)+ sin (x+y))

Соотнош. между ф-ями

sin x = (2 tg x/2)/(1+tg2x/2)

cos x = (1-tg2 2/x)/ (1+ tg x/2)

sin2x = (2tgx)/(1+tg2x)

sinα = 1/(1+ctgα) = tgα/(1+tgα)

cosα = 1/(1+tgα) = ctgα / (1+ctgα)

ctg2α = (ctgα-1)/ 2ctgα

sin3α = 3sinα -4sinα = 3cosαsinα-sinα

cos3α = 4cosα-3 cosα=

= cosα-3cosαsinα

tg3α = (3tgα-tgα)/(1-3tgα)

ctg3α = (ctgα-3ctgα)/(3ctgα-1)

sin α/2 = ±√((1-cosα)/2)

cos α/2 = ±√((1+cosα)/2)

tgα/2 = ±√((1-cosα)/(1+cosα))=

sinα/(1+cosα)=(1-cosα)/sinα

ctgα/2 = ±√((1+cosα)/(1-cosα))=

sinα/(1-cosα)= (1+cosα)/sinα

sin(arcsin α) = α

cos( arccos α) = α

tg ( arctg α) = α

ctg ( arcctg α) = α

arcsin (sinα) = α ; α∈ [-π/2 ; π/2]

arccos(cos α) = α ; α ∈ [0 ; π]

arctg (tg α) = α ; α ∈[-π/2 ; π/2]

arcctg (ctg α) = α ; α ∈ [ 0 ; π]

arcsin(sinα)=

1)α - 2πk; α∈[-π/2 +2πk;π/2+2πk]

2) (2k+1)π - α; α∈[π/2+2πk;3π/2+2πk]

arccos (cosα) =

1) α-2πk ; α∈[2πk;(2k+1)π]

2) 2πk-α ; α∈[(2k-1)π; 2πk]

arctg(tgα)= α-πk

α∈(-π/2 +πk;π/2+πk)

arcctg(ctgα) = α -πk

α∈(πk; (k+1)π)

arcsinα = -arcsin (-α)= π/2-arccosα =

= arctg α/√(1-α)

arccosα = π-arccos(-α)=π/2-arcsin α=

= arc ctgα/√(1-α)

arctgα =-arctg(-α) = π/2 -arcctgα =

= arcsin α/√(1+α)

arc ctg α = π-arc cctg(-α) =

= arc cos α/√(1-α)

arctg α = arc ctg1/α =

= arcsin α/√(1+α)= arccos1/√(1+α)

arcsin α + arccos = π/2

arcctg α + arctgα = π/2

Тригонометрические уравнения

sin x = m ; |m| 1

x = (-1)narcsin m + πk, k∈ Z

sin x =1 sin x = 0

x = π/2 + 2πk x = πk

sin x = -1

x = -π/2 + 2 πk

cos x = m; |m| 1

x = ± arccos m + 2πk

cos x = 1 cos x = 0

x = 2πk x = π/2+πk

cos x = -1

x = π+ 2πk

tg x = m

x = arctg m + πk

ctg x = m

x = arcctg m +πk

sin x/2 = 2t/(1+t2); t - tg

cos x/2 = (1-t)/(1+t)

**Показательные уравнения.**

Неравенства: Если af(x)>(<) aа(ч)

1) a>1, то знак не меняеться.

2) a<1, то знак меняется.

Логарифмы : неравенства:

logaf(x) >(<) log a ϕ(x)

1. a>1, то : f(x) >0

ϕ(x)>0

f(x)>ϕ(x)

2. 0<a<1, то: f(x) >0

ϕ(x)>0

f(x)<ϕ(x)

3. log f(x) ϕ(x) = a

ОДЗ: ϕ(x) > 0

f(x) >0

f(x ) ≠ 1

Тригонометрия:

1. Разложение на множители:

sin 2x - √3 cos x = 0

2sin x cos x -√3 cos x = 0

cos x(2 sin x - √3) = 0

....

2. Решения заменой ....

3.

sin x - sin 2x + 3 cos x =2

sin x - 2 sin x cos x + 3 cos x = 2 sin x + cos x

Дальше пишеться если sin x = 0, то и cos x = 0,

а такое невозможно, => можно поделить на cos x

**Тригонометрические нер-ва :**

**sin α ≥ m**

2πk+α1 α α2+ 2πk

2πk+α2 α (α1+2π)+ 2πk

Пример:

I cos (π/8+x) < √3/2

πk+ 5π/6< π/8 +x< 7π/6 + 2πk

2πk+ 17π/24 < x< π/24+2πk;;;;

II sin α 1/2

2πk +5π/6 α 13π/6 + 2πk

**cos α ≥() m**

2πk + α1 < α< α2+2 πk

2πk+α2< α< (α1+2π) + 2πk

cos α ≥ - √2/2

2πk+5π/4 α 11π/4 +2πk

**tg α≥() m**

πk+ arctg m α arctg m + πk

**ctg ≥() m**

πk+arcctg m < α< π+πk

**Производная:**

(xn)’ = n⋅ xn-1

(ax)’ = ax⋅ ln a

(lg ax )’= 1/(x⋅ln a)

(sin x)’ = cos x

(cos x)’ = -sin x

(tg x)’ = 1/cos x

(ctg x)’ = - 1/sinx

(arcsin x)’ = 1/ √(1-x)

(arccos x)’ = - 1/ √(1-x)

(arctg x)’ = 1/ √(1+x)

(arcctg x)’ = - 1/ √(1+x)

Св-ва:

(u ⋅ v)’ = u’⋅v + u⋅v’

(u/v)’ = (u’v - uv’)/ v

Уравнение касательной к граф.

y = f(x0)+ f ’(x0)(x-x0)

уравнение к касательной к графику в точке x

1. Найти производную

2. Угловой коофициент k =

= производная в данной точке x

3. Подставим X0, f(x0), f ‘ (x0), выразим х

**Интегралы :**

∫ xn dx = xn+1/(n+1) + c

∫ ax dx = ax/ln a + c

∫ ex dx = ex + c

∫ cos x dx = sin x + cos

∫ sin x dx = - cos x + c

∫ 1/x dx = ln|x| + c

∫ 1/cos x = tg x + c

∫ 1/sin x = - ctg x + c

∫ 1/√(1-x) dx = arcsin x +c

∫ 1/√(1-x) dx = - arccos x +c

∫ 1/1+ x dx = arctg x + c

∫ 1/1+ x dx = - arcctg x + c

**Площадь криволенейной трапеции.**

Геометрия

Треугольники



α + β + γ =180

Теорема синусов

a = b+c - 2bc cos α

b = a+c - 2ac cos β

c = a + b - 2ab cos γ

Медиана дели треуг. на два равновеликих. Медиана делит

противопол. сторону напополам.

Биссектриса - угол.

Высота падает на пр. сторону

под прямым углом.

Формула Герона :

p=(a+b+c)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

S = √p(p-a)(p-b)(p-c)

S = ab sin α

Sравн.=(a√3)/4

S = bh/2

S=abc/4R

S=pr

Трапеция.



S = (a+b)/2⋅ h

Круг



S= πR

Sсектора=(πRα)/360

Стереометрия

Параллепипед

V=Sосн⋅Р

Прямоугольный

V=abc

Пирамида

V =1/3Sосн.⋅H

Sполн.= Sбок.+ Sосн.

Усеченная :

H . \_\_\_\_\_

V = 3 (S1+S2+√S1S2)

S1 и S2 — площади осн.

Sполн.=Sбок.+S1+S2

Конус

V=1/3 πRH

Sбок. =πRl

Sбок.= πR(R+1)

Усеченный

Sбок.= πl(R1+R2)

V=1/3πH(R12+R1R2+R22)

Призма

V=Sосн.⋅H

прямая: Sбок.=Pосн.⋅H

Sполн.=Sбок+2Sосн.

наклонная :

Sбок.=Pпс⋅a

V = Sпс⋅a, а -бок. ребро.

Pпс — периметр

Sпс — пл. перпенд. сечения

Цилиндр.

V=πRH ; Sбок.= 2πRH

Sполн.=2πR(H+R)

Sбок.= 2πRH

Сфера и шар .

V = 4/3 πR - шар

S = 4πR - сфера

Шаровой сектор

V = 2/3 πRH

H - высота сегм.

Шаровой сегмент

V=πH(R-H/3)

S=2πRH

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| град |  |  |  |  | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 120° | 135° |  | 180° |
| α | -π/2 | -π/3 | -π/4 | -π/6 | 0 | π/6 | π/4 | π/3 | π/2 | 2π/3 | 3π/4 | 3π/6 | π |
| sinα | -1 | -√3/2 | -√2/2 | - | 0 |  | √2/2 | √3/2 | 1 |  |  | - | 0 |
| cosα |  |  |  |  | 1 | √3/2 | √2/2 |  | 0 | - | -√2/2 | - √3/2 | -1 |
| tgα | ∉ | -√3 | -1 | -1/√3 | 0 | 1/√3 | 1 | √3 | ∈ | -√3 | -1 |  | 0 |
| ctgα |  |  |  |  | --- | √3 | 1 | 1/√3 | 0 | -1/√3 | -1 |  | -- |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |
| 3 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 |
| 4 | 16 | 81 | 256 | 625 | 1296 | 2401 | 4096 | 6561 |
| 5 | 32 | 243 | 1024 | 3125 | 7776 | 16807 | 32768 | 59049 |
| 6 | 64 | 729 | 4096 | 15625 | 46656 |
| 7 | 128 | 2181 |
| 8 | 256 | 6561 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -α | π-α | π+α | π/2-α | π/2+α | 3π/2 - α | 3π/2+α |
| sin | -sinα | sinα | -sinα | cosα | cosα | -cosα | -cosα |
| cos | cosα | -cosα | -cosα | sinα | -sinα | -sinα | sinα |
| tg | -tgα | -tgα | tgα | ctgα | -ctgα | ctgα | -ctgα |
| ctg | -ctgα | -ctgα | ctgα | tgα | -tgα | tgα | -tgα |