Тема 1. Процентные и дисконтные расчеты

Задача 1

Условие:

Капитал, величиной $2000 вложен с 6.07.93 по 6.07.96 под 100% годовых. Найти величину наращенного капитала.

Решение:

Предположим, что используется простой процент.

Тогда F = P \* (1 + N \* i),

где F – величина наращенного капитала.

F=2000\*(1+3\*1)=$8000.

Задача 2

Условие:

На сколько лет нужно вложить5000000 рублей при ставке 50% годовых, чтобы получить 80000000 рублей, при условии ежегодной капитализации процентов.

Решение:

Срок N вычислялся с использованием средств Microsoft Excel согласно следующей формуле:

КПЕР (j/m, 0,-P,F)/m, где

J – номинальная ставка

M – число начислений в году

Р – первоначальная сумма

F – конечная сумма

Значение функции КПЕР (0,5/1, 0,-5000000,80000000)/1=1,15

Задача 3

Условие:

16.09.96 учтен вексель сроком погашения 28.11.96. Вычислите номинальную стоимость векселя, если процентная ставка дисконтирования 100% годовых, а клиент получил 12000000.

Решение:

P=?

F=12000000

D=1

N=0.4

Расчет ведется в табличном процессоре по формуле многоразовой капитализации:

P=ПЗ (i/m, N\*m, 0, -F)=ПЗ(1,0.4,0,-12000000)= 9 094 299,40р.

Задача 4

Условие:

Клиент вложил в банк 80 млн р на 6 лет. Определить сложную процентную ставку, если по истечении шести лет клиент получил 500 млн р.

Решение:

Р=80000000

N=6

F=500000000

I=?

Процентная ставка рассчитывалась в табличном редакторе по формуле

I=НОРМА (N,0,-P,F)=НОРМА(6,0,-80000000,500000000)=36%.

Задача 5

Условие:

Определите ставку непрерывных процентов при условии, что за 6 лет сумма выросла на 110%.

Решение:

J=?

N=6

F=1.1P

J=LN(F/P)/N\*100%=LN(1.1P/P)/N\*100%=LN(1.1)/6\*100%=1.59%

Задача 6

Условие:

Найти эффективную ставку наращения соответствующую ставке непрерывной капитализации, равной 50% годовых.

Решение:

Сложный процент наращения рассмотрим в формуле:

F=P(1+i)^N, где

F – наращенная сумма

P – исходная сумма

I – процент

N – срок

Формула для непрерывной капитализации:

F=P\*exp(j\*N), где

J – ставка непрерывной капитализации и равна 0,5э

N примем за единицу, так как эффективная ставка – это годовая ставка сложных процентов с капитализацией процентов раз в год.

Таким образом, имеем две формулы:

F=P\*exp(0.5) и F=P\*(1+i),

откуда видно, что ставка наращения, соответствующая ставке капитализации может быть получена следующим образом: exp(0.5)=1+i или i=exp(0.5)-1=1.64-1=0.64

Таким образом I=64%

Задача 7

Условие:

Найти ставку наращения по сложным процентам, соответствующую эффективной ставке, равной 80 % годовых.

Решение:

Поскольку эффективная ставка – это и есть годовая ставка сложного процента с капитализацией раз в год, то ответом будет 80%.

Задача 8

Условие: Клиент вложил в банк 12000000 рублей на 3 года под 70 % годовых с капитализацией процентов 1 раз в полгода. За какой период он получил бы такую же сумму (при начальном вложении 12000000 рублей под 70 % годовых), если капитализация проводилась непрерывно?

Решение:

По формуле

F=P\*(1+j/m)(N\*m),

получим

F=12000000\*(1+0.7/2)3\*2= 72641341,69 рублей – наращенная сумма.

Для непрерывной капитализации срок рассчитывается по формуле

N=LN(F/P)/j=LN(72641341,69/12000000)/0.7=2,572325078 года.

Таким образом, при непрерывной капитализации, достаточно было бы двух с половиной лет.

Тема 2. Рентные расчеты

Задача 1

Условие:

Наращенная сумма ренты равна 500000, рента выплачивается ежегодно. Ставка 25% годовых, начисляемых в конце года. Найти современную величину ренты при условии, что рента выплачивается 7 лет.

Решение:

Рассматривается случай обычной ренты. Расчет ведется в табличном редакторе Microsoft Excel. Сначала рассчитывается выплата

Pmt=ППЛАТ(I;N;0;-S),

которая подставляется в формулу расчета современной величины ренты

А=ПЗ(I;N;-Pmt).

Итоговая таблица расчетов:

|  |  |
| --- | --- |
| S | 500000 |
| I | 0,25 |
| N | 7 |
| Pmt | 33 170,83р. |
| A | 104 857,60р. |

Задача 2

Условие: На счет фонда в начале каждого года на протяжении пяти лет поступают взносы по 1500 де. Начисление процентов поквартальное, номинальная ставка 25%. Определить накопленную сумму к концу срока.

Решение:

Имеем обычную ренту с многоразовой капитализацией.

Pmt=1500

M=4

J=0.25

N=5

S=?

Формула расчета в табличном процессоре:

БЗ(j/m; N\* m;-Pmt)

S=------------------

БЗ(j/m; m; -1)

Итоговая таблица расчета:

|  |  |
| --- | --- |
| j | 0,25 |
| N | 5 |
| Pmt | 1 500 |
| m | 4 |
| БЗ(j/m; N\* m;-Pmt) | 56 684,48р. |
| БЗ(j/m; m; -1) | 4,39р. |
| S | 12909,62686 |

Задача 3

Условие:

Имеется обязательство погасить в течении 10 лет долг, равный 8000 де. Под сколько процентов был выдан долг, если начисления производились поквартально и объем выплаты ежегодной суммы денег равняется 600 де.

Решение:

Для такого рода задач в табличном процессоре EXCEL имеется опция “ПОДБОР ПАРАМЕТРА” в меню “СЕРВИС”.

S=8000

N=10

M=4

Pmt=600

I=?

Используем формулу обычной ренты с многоразовой капитализацией.

БЗ(j/m; N\* m;-Pmt)

S= ------------------

БЗ(j/m; m; -1)

|  |  |
| --- | --- |
| i= | 0,061037035 |

Задача 4

Условие:

Рассчитайте современную величину вечной ренты, член которой (10000 де) выплачивается в конце каждого месяца, процент равный 5% годовых начисляется 2 раза в год.

Решение:

J=0.05

M=2

Pmt=10000

P=12

Из условия задачи понятно, что процент начисляется на сумму 60000, которая была уплачена за полгода. Современная величина вечной ренты A=Pmt/I=60000/0.05= 1200000 де.

Задача 5

Условие: Пусть требуется выкупить (погасить единовременным платежом) вечную ренту, член которой (250000) выплачивается в конце каждого полугодия, процент, равный 25% годовых начисляется 4 раза в год. Рассчитайте современную величину вечной ренты.

Решение:

A=Pmt/i.

I=m\*j=0.25\*2. Это означает, что в полугодичный период процент составляет 50%. Таким образом, A=Pmt/I=250000/0.5=500000.

Задача 6

Условие:

Величина займа равна 200 млн. Амортизация проводится одинаковыми аннуитетами в течение 10 лет при ставке 45% годовых. Капитализация процентов производится ежегодно. Составьте план погашения займа.

Решение:

Составим план погашения задолженности.

D=200 млн

I=0.45

N=10

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПЛАН ПОГАШЕНИЯ ЗАДОЛЖЕННОСТИ | | | |  |  |  |
| Метод: погашение долга равными суммами | | | |  |  |  |
| Параметры долга | | Долг | 200000000 |  |  |  |
|  |  | Процент | 0,45 |  |  |  |
|  |  | Срок | 10 |  |  |  |
|  | ГРАФИК ПОГАШЕНИЯ | |  |  |  |  |
| Год | Остаток долга | Погашение долга | Проценты | Срочная уплата | Выплаченный долг | Выплаченные проценты |
| 1 | 200000000 | 20000000 | 90000000 | 110000000 | 20000000 | 90000000 |
| 2 | 180000000 | 20000000 | 81000000 | 101000000 | 40000000 | 171000000 |
| 3 | 160000000 | 20000000 | 72000000 | 92000000 | 60000000 | 243000000 |
| 4 | 140000000 | 20000000 | 63000000 | 83000000 | 80000000 | 306000000 |
| 5 | 120000000 | 20000000 | 54000000 | 74000000 | 100000000 | 360000000 |
| 6 | 100000000 | 20000000 | 45000000 | 65000000 | 120000000 | 405000000 |
| 7 | 80000000 | 20000000 | 36000000 | 56000000 | 140000000 | 441000000 |
| 8 | 60000000 | 20000000 | 27000000 | 47000000 | 160000000 | 468000000 |
| 9 | 40000000 | 20000000 | 18000000 | 38000000 | 180000000 | 486000000 |
| 10 | 20000000 | 20000000 | 9000000 | 29000000 | 200000000 | 495000000 |

Задача 7

Условие:

Пусть годовая рента со сроком 5 лет и членом ренты 20000 де со ставкой 60% годовых заменяется квартальной рентой с теми же условиями. Найдите член ренты.

Решение:

Сначала посчитаем современную величину ренты.

N=5

I=0.6

Pmt=20000

Формула для табличного редактора:

А=ПЗ (i; N; -Pmt)=ПЗ(0,6;5;-20000)= 30 154,42

Теперь рассчитаем член квартальной ренты по формуле с многоразовой капитализацией

БЗ(j/m; m; -A)

Pmt=---------------

ПЗ(j/m; N\* m; -1)

Расчет приведен в таблице:

|  |  |
| --- | --- |
| N | 5 |
| j | 0,6 |
| m | 4 |
| A | 30 154,42р. |
| БЗ(j/m; m; -A) | 150 572,32р. |
| ПЗ(j/m; N\* m; -1) | 6,26р. |
| Pmt | 24055,65552 |

Тема 3. Оценка инвестиций

Задача 1

Условие:

Проект требует инвестиций в размере 820000 тыс руб. На протяжении 15 лет будет ежегодно получаться доход 80000 тыс руб. Оценить целесообразность такой инвестиции при ставке дисконтирования 12%. Выбрать необходимую функцию табличного процессора и произвести расчет.

Решение:

Воспользуемся методом внутренней нормы доходности (IRR).

Построим таблицу, воспользуемся для расчетов функцией ВНДОХ.

|  |  |
| --- | --- |
| Инвестиция | -820000 |
| 1 | 80000 |
| 2 | 80000 |
| 3 | 80000 |
| 4 | 80000 |
| 5 | 80000 |
| 6 | 80000 |
| 7 | 80000 |
| 8 | 80000 |
| 9 | 80000 |
| 10 | 80000 |
| 11 | 80000 |
| 12 | 80000 |
| 13 | 80000 |
| 14 | 80000 |
| 15 | 80000 |
| IRR | 5% |

IRR<12%. Следовательно, проект не целесообразен.

Задача 2

Условие:

Необходимо ранжировать два альтернативных проекта по критериям срок окупаемости, IRR, NRV, если цена капитала 12%

Решение:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | A | Б |
|  | -3000 | -2500 |
|  | 1500 | 1800 |
|  | 3000 | 1500 |
| Срок окупаемости | 0,666667 | 0,757576 |
| IRR | 28% | 21% |
| NRV | 730,87р. | 302,93р. |

Таким образом, проект А выгоднее, нежели проект Б.

Задача 3

Условие:

Предприятие рассматривает необходимость приобретения новой технологической линии. На рынке имеются две модели со следующими параметрами. Обосновать целесообразность приобретения той или иной линии.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Показатели | Вариант 1 | Вариант 2 |
| Цена | 8500 | 11000 |
| Генерируемый годовой доход | 2200 | 2150 |
| Срок эксплуатации | 10 | 12 |
| Ликвидационная стоимость | 500 | 1000 |
| Требуемая норма прибыли | 12 | 12 |

Решение:

Подсчитаем NRV для каждого из вариантов.

|  |  |
| --- | --- |
| Денежные потоки | |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| -8500 | -11000 |
| 2200 | 2150 |
| 2200 | 2150 |
| 2200 | 2150 |
| 2200 | 2150 |
| 2200 | 2150 |
| 2200 | 2150 |
| 2200 | 2150 |
| 2200 | 2150 |
| 2200 | 2150 |
| 2200 | 2150 |
| 500 | 2150 |
|  | 2150 |
|  | 1000 |
| 4 074,23р. | 1 766,05р. |

Как видно, 1 вариант является более выгодным.

Задача 4

Условие:

Сравниваются два альтернативных проекта. Построить график нахождения точки Фишера. Сделать выбор проекта при коэффициенте дисконтирования 5% и 10%.

Решение:

Расчеты коэффициентов приведены в таблице ниже.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Затраты | 1 год | 2 год | 3 год | 4 год | IRR | NRV - 5% | NRV - 10% |
| А | -25000 | 8000 | 7000 | 6000 | 7000 | 5% | -89,80р. | -2 653,17р. |
| Б | -35000 | 0 | 0 | 0 | 45000 | 6% | 2 021,61р. | -4 264,39р. |

Далее, найдем точку Фишера. Для этого построим таблицу значений NRV в заивисимости от ставки дисконтирования.

Данные в таблице ниже.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ставка | NRV A | NRV B |
| 0 | 3 000,00р. | 10 000,00р. |
| 0,01 | 2 333,27р. | 8 244,12р. |
| 0,02 | 1 692,17р. | 6 573,04р. |
| 0,03 | 1 075,42р. | 4 981,92р. |
| 0,04 | 481,81р. | 3 466,19р. |
| 0,05 | -89,80р. | 2 021,61р. |
| 0,06 | -640,48р. | 644,21р. |
| 0,07 | -1 171,24р. | -669,72р. |
| 0,08 | -1 683,02р. | -1 923,66р. |
| 0,09 | -2 176,71р. | -3 120,87р. |
| 0,1 | -2 653,17р. | -4 264,39р. |
| 0,11 | -3 113,17р. | -5 357,11р. |
| 0,12 | -3 557,48р. | -6 401,69р. |
| 0,13 | -3 986,80р. | -7 400,66р. |
| 0,14 | -4 401,79р. | -8 356,39р. |
| 0,15 | -4 803,10р. | -9 271,10р. |
| 0,16 | -5 191,32р. | -10 146,90р. |
| 0,17 | -5 567,02р. | -10 985,75р. |
| 0,18 | -5 930,74р. | -11 789,50р. |
| 0,19 | -6 282,98р. | -12 559,91р. |
| 0,2 | -6 624,23р. | -13 298,61р. |
| 0,21 | -6 954,94р. | -14 007,17р. |
| 0,22 | -7 275,55р. | -14 687,04р. |
| 0,23 | -7 586,47р. | -15 339,61р. |

Построим график.



Точка пересечения двух графиков (r=8%), показывающая значение коэффициента дисконтирования, при котором оба проекта имеют одинаковый NPV, называется точкой Фишера. Она примечательна тем, что служит пограничной точкой, разделяющей ситуации, которые "улавливаются" критерием NPV и не "улавливаются" критерием IRR.

В данном примере критерий IRR не только не может расставить приоритеты между проектами, но и не показывает различия между ситуациями а) и б). Напротив, критерий NPV позволяет расставить приоритеты в любой ситуации. Более того, он показывает, что ситуации а) и б) принципиально различаются между собой. А именно, в случае (а) следует принять проект Б, поскольку он имеет больший NPV, в случае б) следует отдать предпочтение проекту А.

Задача 5

Условие:

Корпорация рассматривает пакет инвестиционных проектов.

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен и равен 45000. Используя линейное программирование, определите оптимальный инвестиционный портфель при условии, что вариант C и D являются взаимоисключающими.

Решение: Поскольку проекты C и D взаимоисключающие, проведем расчеты для обоих случаев.

Расчеты выполнены в табличном процессоре с использование Решателя и приведены ниже.

C=1 D=0

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Отбор проектов в условиях ограниченного бюджета | | | | |  |
| Список проектов (k=1;6) | Коэф-ты целевой функции NPVk | Коф-ты функции ограничений | Целевая функция NPVk=Xk | Функция ограничений | Переменные целевой функции |
| Проект "А" (X1) | 30000 | 8000 | 30000 | 8000 | 1 |
| Проект "B" (X2) | 8000 | 2000 | 8000 | 2000 | 1 |
| Проект "C" (X3) | 11100 | 5000 | 11100 | 5000 | 1 |
| Проект "D" (X4) | 12000 | 4000 | 0 | 0 | 0 |
| Проект "E" (X5) | 6000 | 2500 | 6000 | 2500 | 1 |
| Проект "F" (X6) | 4500 | 1500 | 4500 | 1500 | 1 |
| Проект "G" (X7) | 20000 | 6000 | 20000 | 6000 | 1 |
| Проект "H" (X8) | 6000 | 1800 | 6000 | 1800 | 1 |
| max NPV |  |  | 85600 |  |  |
| Бюджет |  |  |  | 26800 |  |

C=0 D=1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Отбор проектов в условиях ограниченного бюджета | | | | |  |
| Список проектов (k=1;6) | Коэф-ты целевой функции NPVk | Коф-ты функции ограничений | Целевая функция NPVk=Xk | Функция ограничений | Переменные целевой функции |
| Проект "А" (X1) | 30000 | 8000 | 30000 | 8000 | 1 |
| Проект "B" (X2) | 8000 | 2000 | 8000 | 2000 | 1 |
| Проект "C" (X3) | 11100 | 5000 | 0 | 0 | 0 |
| Проект "D" (X4) | 12000 | 4000 | 12000 | 4000 | 1 |
| Проект "E" (X5) | 6000 | 2500 | 6000 | 2500 | 1 |
| Проект "F" (X6) | 4500 | 1500 | 4500 | 1500 | 1 |
| Проект "G" (X7) | 20000 | 6000 | 20000 | 6000 | 1 |
| Проект "H" (X8) | 6000 | 1800 | 6000 | 1800 | 1 |
| max NPV |  |  | 86500 |  |  |
| Бюджет |  |  |  | 25800 |  |

Вариант портфеля с максимальной NRV –

|  |  |
| --- | --- |
| Проект "А" (X1) | Принять |
| Проект "B" (X2) | Принять |
| Проект "C" (X3) | Отказать |
| Проект "D" (X4) | Принять |
| Проект "E" (X5) | Принять |
| Проект "F" (X6) | Принять |
| Проект "G" (X7) | Принять |
| Проект "H" (X8) | Принять |

Список литературы

1. Гламаздин Е.С., Новиков Д.А., Цветков А.В. Управление корпоративными программами: информационные системы и математические модели. М.: ИПУ РАН, 2003. 159 с.
2. Зуева Л.М. Экономическая оценка инвестиций: Учебное пособие. Воронеж, ВГАСА, 2000. – 110 с.
3. Лабораторный практикум по дисциплине “Автоматизированные информационные технологии в финансах”, НГАЭУ, Новосибирск, 1999
4. Учебное пособие Смирнова Е.Ю. "Техника финансовых вычислений на Excel" - СПб.: ОЦЭиМ, 2003.
5. Четыркин Е.М. Финансовая математика. 4-е изд. Учебник. Издательство: Дело, 2004 год, 400 с.