Міністерство Освіти України

Львівський Національний Університет ім. І. Франка

Кафедра математичного моделювання

Курсова робота

на тему:

«Теоретико-ймовірнісні моделі розрахунку ринкової вартості основних типів цінних паперів (опціонів)»

Виконав студент групи МТм-44

**Маркіян Муж**

Науковий керівник -

**Микола Іванович Бугрій**

Львів

2000



1. Поняття цінних паперів, їх класифікація
2. Похідні цінні папери. Опціони.

Види опціонів

1. Основні поняття про роботу опціонів. Опціонні стратегії
2. Методи визначення ціни опціона
3. Розрахунок вартості та хедж-стратегій для опціонів Европейського типу

6. Приклади роботи з опціонами

7. Використана література

1. Поняття цінних паперів, їх класифікація

Цінні папери - грошові документи, що засвідчують право володіння або відносини позики, визначають взаємовідносини між особою, яка їх випустила, та їх власником і передбачають, як правило, виплату доходу у вигляді дивідендів або процентів, а також можливість передачі грошових та інших прав, що випливають з цих документів, іншим особам.

Цінні папери можуть бути іменними або на пред'явника. Іменні цінні папери, якщо інше не передбачено Законом України «Про цінні папери і фондову біржу» або в них спеціально не вказано, що вони не підлягають передачі, передаються шляхом повного індосаменту (передавальним записом, який засвідчує перехід прав за цінним папером до іншої особи). Цінні папери можуть бути використані для здійснення розрахунків, а також як застава для забезпечення платежів і кредитів.

Відповідно до Закону України «Про цінні папери і фондову біржу» в Україні можуть випускатися такі види цінних паперів:

✓ акції;

✓ облігації внутрішніх та зовнішніх державних позик;

✓ облігації місцевих позик;

✓ облігації підприємств;

✓ казначейські зобов'язання республіки;

✓ ощадні сертифікати;

✓ інвестиційні сертифікати;

✓ векселі;

✓ приватизаційні папери.

1. Похідні цінні папери. Опціони.

Види опціонів

Крім основних цінних паперів — акцій та облігацій, на міжнародно­му ринку протягом останніх 10-20 років все ширше розповсюджуються так звані похідні цінні папери, що їх інколи називають дерівативами. До них належить опціони, варанти, ваучери та ф'ючерсні контракти.

Варант — це цінний папір, що випускається компанією або фірмою, і надає його власнику право придбати вказану кількість акцій даної фірми чи компанії по фіксованій ціні. Варант може бути використаний у будь-який момент часу до фіксованої дати.

Ваучер — це цінний папір, що дає його власнику право придбати будь-яку акцію по номінальній вар­тості (позначеній на акції).

Ф'ючерс, або ф'ючерсний контракт — це угода про купівлю або продаж деякого товару в майбутній фіксований момент часу по визначеній ціні. Ф'ючерсні контракти укладаються як на купівлю-продаж товарів чи сировини — буряків, пшениці і т.д., так і на купівлю-продаж валюти. Особливістю таких контрактів є те, що вони укладаються на біржі і контрактні ціни ф'ючерсних операцій ви­значаються відкритими ринковими аукціонами. Ф'ючерсні контракти відрізняються від строкових контрактів тим, що клірингова (розрахун­кова) палата здійснює реєстрацію, контроль і відповідний розрахунок між покупцем і продавцем. Клірингова палата е покупцем для прода­вця і продавцем для покупця. Зазначимо, що ф'ючерсні контракти на продаж-купівлю валюти в більшості втрачають силу і не реалізуються.

Опціон — контракт, який дає право власникові (але не зобов'язує його) купити або продати певний актив по договір­ній ціні (ціні виконання) у визначений термін.

Слід зауважити, що іноді виникають питання про те, до якого ви­ду — основних чи похідних — віднести ті чи інші цінні папери.

Доречі, на великих біржах опціонів торгують двома основними ви­дами опціонів: опціоном на купівлю і опціоном на продаж. *Оп­ціон па купівлю* (call option) забезпечує власникові контракту право протягом певного періоду купувати наперед визначену кількість акцій (чи інших цінних паперів) по фіксованій цілі. Та­ку фіксовану ціну називають *ціною виконання* (exercise price) опціона. *Опціон на продаж* (put option) дає власни­кові контракту право продажу протягом певного періоду напе­ред визначеної кількості акцій (чи інших цінних паперів) по фік­сованій ціні.

Якщо ціна опціону на купівлю по закінченні терміну дорів­нює нулеві, то його називають *опціоном із збитком*. Якщо до моменту закінчення терміну ціна опціону на купівлю виявиться додатною величиною, то такий опціон буде виконаний, і його називають *опціоном з доходом*. Терміни, які характеризують співвідношення між ціною вико­нання опціона і ціною по базових акціях до моменту закінчення терміну, часто вживаються протягом терміну дії опціону. Отже, говорять про опціони на купівлю із збитком, з *нульовим доходом*  і з доходом залежно від того, чи буде ціна вико­нання відповідно вищою, ближче до курсу базових цінних па­перів, чи нижчою за нього. Вартість опціону на купівлю до мо­менту закінчення терміну, як правило, називають його *внутріш­ньою вартістю*.

Отже, як я вище зазначав, опціон дає право його власнику купити або про­дати визначену кількість певного товару на деяких вказанихумовах: за визначену ціну або до певного строку. Остання умова е ознакою, за якою опціони поділяються на два основних типи: опціони Європей­ського і Американського типів. Опціон Європейського типу має фіксо­вану дату виконання. На відміну від нього опціон Американського типу може бути використаний в будь-який момент часу до деякої фіксованої дати.

1. Основні поняття про роботу опціонів. Опціонні стратегії

Приймаючи рішення про управління портфелем фінансових ак­тивів, інвестори можуть використати множину різних огщіонних стратегій.

***Опціони на купівлю***

Опціон на купівлю надає право купити акції по ціні виконання опціону. Ціна, яку інвестор сплачує за те, щоб придбати право в майбутньому купити ці акції, називається *премією опціону на ку­півлю* (call premium), чи *ціною опціону на купівлю* (call price). Як­що інвестор заплатив премію розміром Wk у.о., придбавши опціон на купівлю, то неважко обчислити його дохід чи збиток до моменту закінчення терміну. Якшо ціна акцій до цього мо­менту виявиться нижчою за ціну виконання опціону Ц, то інвеcтop не скористається опціоном і матиме збиток, який дорівнює премії розміром Wk у.о., які він заплатив при купівлі. Якщо ціна акцій до цього моменту виявиться вищою за ціну виконання опціону, то інвестор отримає дохід у вигляді різниці між ринковою ціною по якій продаються акції, і витратами на купівлю опціону. Доходи (збитки) продавця і покупця опціону подано на Мал.3.1. Доходи (збитки) продавця опціону до моменту закінчення терміну дорівнюють збиткам (доходам) покупця цього опціону.

*Дохід*

*Wk  Продавець опціону*

*0*

*-Wk Покупець опціону*

*W` Ц Ціна акції*

*Мал.3.1.* Динаміка доходів (збитків) покупця і продавця опціону на купівлю

***Опціон на продаж***

Опціон па продаж надає право продажу акції по ціні виконання опціону. Якщо за придбання опціону на продаж інвестор пла­тить премію Wk, то неважко визначити доходи чи збитки до моменту закінчення терміну опціону. Якщо ціна акцій на день за­кінчення терміну є меншою за ціну виконання опціону, інвес­тор може отримати дохід, що дорівнює різниці між ціною вико­нання опціону і акції. Якщо ж ціна акції є вищою за ціну вико­нання опціону, то інвестор не буде виконувати опціон і матиме збиток, який дорівнює премії, сплаченій за придбання даного опціону.

Динаміку одержання доходів і збитків на момент закінчення терміну для покупця і продавця подано на Мал.3.2. У тих ви­падках, коли ціна акцій перевищує ціну виконання опціону, продавець опціону на момент закінчення терміну матиме дохід, що дорівнює отриманій ним премії, а опціон не буде виконано. Однак якщо ціна акцій на дату закінчення терміну є нижчою, ніж ціна виконання опціону, то чистий дохід продавця дорівнюватиме Дп= Wр- (Ц - Wk).

*Дохід*

*Wk  Продавець опціону*

*0*

*-Wk Покупець опціону*

*Ц Ціна акції*

*Мал.3.2.* Динаміка доходів (збитків) покупця і продавця опціону на продаж

***Купівля захисного опціону на продаж***

Стратегія хеджування, яка передбачає купівлю акцій і, одночасно, опціону на продаж циx акцій, є аналогічною придбанню страхового поліса від небажаної зміни цін на акції. *Захисний опціон на продаж* (protective put) дає змогу уникнути ризику падіння курсу акцій. Така стратегія називається купівлею захисного опціону на продаж. На Мал.3.3 показано динаміку одсржання доходів (збитків) при використанні стратегії купівлі за­хисного опціону на продаж. Для спрощення припускається, що з моменту продажу опціон був з нульовим доходом, а премія дорівнювала *Wp.* Припустимо, шо ціна акцій на день закінчення терміну перевищує ціну виконання опціону. Тоді вартість опціону дорівнює нулеві і вартість портфеля — ціні акцій мінус прсмія, сплачена при купівлі опціону. З іншого боку, якщо ціна акцій до моменту закінчення терміну є нижчою, ніж ціна виконання опціону, інвестор може викопати опціон і збути акції продавцеві опціону, отримавши суму *Ц* (ціна купівлі акції, передбачена опціоном); зрештою він зазнає збитку, що дорівнює *Wр.* Отже, при купівлі захисного опціону на продаж максимально можливий збиток інвестора є обмеженим.

*Купівля активу*

*Дохід*

*Wp  Дохід хеджування*

*0*

*-Wp*

*Купівля опціону на продаж*

-Ц

*Ц Ціна акції*

*Мал.3.3.* Динаміка доходів (збиткі) при використанні стратегії захисного опціону на продаж

***Продаж покритого опціону на купівлю***

Дана стратегія припускає придбання акцій і одночасний продаж опціону на купівлю акцій. Якщо ціна опціону на момент закінчення терміну опціону є меншою, або дорівнює ціні виконання пціону, його власник не скористається своїм правом, і інвестор отримає премію опціону на купівлю акцій (що збільшить вартість його портфеля). З іншого боку, якщо ціна акцій до моменту закінчення терміну опціону є вищою, ніж ціна його виконання, то інвестор може на день закінчення терміну продати акції покупцеві опціону і отримати суму *Ц.* Динаміку одержання доходів (збитків) від продажу покритого опціону на купівлю акцій показано на Мал.3.4.

*Купівля активу*

*Дохід Дохід хеджування*

*Wp*

*0*

*Купівля опціону*

*-Wp на продаж*

-Ц

*Ц Ціна акції*

*Мал.3.4.* Динаміка доходіо (збиткіо) при використанні стратегії покритого опціону на купівлю

***Визначення опціонної маржі***

***і доходів від зберігання***

Коли опціони купуються, продаються або використовуються для формування-портфеля, можуть виникнути ускладнення при внзначенні доходу за період зберігання опціону. Якщо, наприклад, стратсгія зводиться до продажу *непокритого опціону* (naked option) на купівлю акцій, то продавець отримує грошові засоби, скажімо, *Wр* у.о. за кожен проданий опціон. Оскільки продаж опціону породжує ризик, пов'язаний з необхідністю реального продажу акцій, виникає потреба внести визначену частку вартості цих цінних паперів — *маржу* на спеціальний рахунок.

З іншого боку, коли ми розглядаємо позиції по покритих опціонах на купівлю, можуть виникнути складніші вимоги від­носно маржі. Якщо опціон на купівлю акцій виявиться із збит­ком, тоді маржа є необхідною тільки по акціях, але не вимагає­ться додаткової маржі по опціону. Якщо ж опціон виявиться з доходом, то вимагається і додаткова маржа по опціону; але ма­ржа, обчислена для позиції в цілому, зменшується на доходи від продажу опціону.

Отже, із щойно сказаного випливає, шо опціони ускладню­ють задачі, пов'язані із визначенням доходу за період володіння портфелем. Існуючі правила внесення маржі дають змогу інвес­тору підібрати такі комбінації фінансових інструментів, які мі­німізують потрібну сукупну маржу.

***Оцінка вартості опціона***

Ціна опціону завжди повинна бути більшою або дорівнювати ціні його виконання, тобто сумі доходу, який можна отримати, використовуючи виконання опціону. У випадках, коли ціна виконання опціону дорівнює Ц і ціна акції — Ца , вартість опціону на продаж і опціону на купівлю повинна визначатися, відповідно, такими нерівностями: Wkmax[0,Ца-Ц] і Wpmax[0,Ц-Ца], де Wk і Wр — відповідно ціни опціону на купівлю і опціону на продаж.

4. Методи визначення ціни опціона

***Оцінка на момент закінчення терміну дії опціону***

Припустимо, що нас цікавить вартість опціону «код» (далі просто «опціон») на момент закінчення його дії. Вартість опціону буде:

V0 = max (Vs - E, О)

де V0 - ринкова ціна одної акції;

Е - ціна використання опціону;

max - вибір найбільшої з двох альтернатив Vs - E або 0

Щоб проілюструвати цю формулу, припустимо, що опціон на акцію Microsoft Corporation коштує 25 дол. на момент закінчення терміну дії опціону і ціна користувача опціону складає 15 дол. Вартість опціону буде становити 25 дол. - 15 дол. = 10 дол. Зауважимо, що вартість опціону визначається виключно вартістю акції мінус ціна використання; але опціон не може мати від’ємну вартість. Коли ціна використання перевищить вартість акції, вартість опціону стає рівною нулю.

Це зауваження проілюстровано графічно на мал. 4.1., де показана теоретична вартість варранту. Ціна використання опціону розташована вздовж лінії теоретичної вартості; горизогнтальна вісь являє собою ціну акції на момент закінчення терміну дії опціону.

*Ціна*

*опціону*

*Ринкова*

*вартість*

*Теоретична*

*вартість*

*Ціна виконання опціону*

*Мал. 4.1.* Взаємозв’язок ціни акції та ціни опціона

***Оцінка до закінчення терміну дії опціону.***

Розглянемо тепер вартість опціону за один період до закінчення терміну його дії. Для спрощення припустимо, що дія опціону може закінчитись лише в день закінчення дії. Вартість акції на момент закінчення дії невідома, а швидше є об’єктом ймовірного аналізу. Доти, поки є хоча б якийсь час до закінчення терміну опціону, його ринкова вартість може бути більш теоретичною. Причина в тому, що опціон може мати вартістьі в майбутньому. Це питання обмірковувалось по відношенню до варранту, тому в подальшій дискусії немає необхідності. Реальну вартість опціону можна відобразити перерваною лінією на мал. 4.1.

*Ціна*

*опціону*

*Лінія теоретичної*

*вартості*

*3*

*2*

*1*

*Ціна виконання опціону*

*Мал. 4.2.* Взаємозв’язок ціни акції та ціни опціона при різних термінах дії

**Вплив терміну дії до закінчення дії опціону.** Звичайно, чим більший термін до моменту закінчення дії опціону, тим вища його вартість порівняно з теоретичною. Це очевидно, тому що опціон довше буде вартісним. Більше того, чим пізніше хтось платить ціну використання, тим нижча поточна вартість опціону, і це, ясна річ, збільшує вартість опціону.

В міру наближення закінчення терміну опціону лінія, яка показує взаємну залежність вартості опціону та акції, стає більш «випуклою». Це відлображено на мал. 4.2. Лінія 1 являє собою опціон з коротшим терміном до закінчення його дії, порівняно з лінією 2, лінія 2 - опціон з меншим терміном до закінчення дії опціону порівняно з лінією 3.

**Вплив змінності.** Звичайно, найбільш важливий фактор, що впливає на оцінку опціону, - це зміна ціни акцій, звязаних з ним. Конкретніше, чим більша ймовірність крайніх наслідків, тим більша вартість опціону для його власника (при інших рівних умовах). Ми передбачаємо наявність на початку періоду дії опціону двох видів акцій, які мають наступні ймовірні розподіли можливої вартості на момент закінчення терміну дії опціону:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ЙМОВІРНІСТЬ | ЦІНА АКЦІЇ А  дол. | ЦІНА АКЦІЇ В  дол. |
| 0,10  0,25  0,30  0,25  0,10 | 30  36  40  44  50 | 20  30  40  50  60 |

Очікувана ціна акції вкінці періоду однакова для обидвох видів - 40 дол. Але, для акції В розбіжність можливої вартості значно вища. Припустимо, що ціна використання опціонів на купівлю акцій А і В вкінці періоду також однакова, скажімо 38 дол. Таким чином, акції двох видів мають однакову очікувану вартість вкінці періоду, і опціони мають однакову ціну використання. Очікувана вартість опціону для акцій А вкінці періоду:

опціон А= 0(0,10) + 0(0,25) + (40 дол. - 38 дол.)(0,30) + (44 дол. - 38 дол.)(0,25) + (50 дол. - 38 дол.)(0,10) = 3,30 дол., тоді як акції В:

опціон В = 0(0,10) + 0(0,25) + (40 дол. - 38 дол.)(0,30) + (50 дол. - 38 дол.)(0,25) + (60 дол. - 38 дол.)(0,10) = 5,80 дол.

Таким чином, більша розбіжність можливої вартості акцій В веде до більшої очікуваної вартості опціону на момент закінчення терміну його дії. Причина криється в тому, що вартість опціонів не може бути від’ємною. В результаті, чим більша розбіжність, тим більше число позитивних наслідків, виміряних за формулою ринкова ціна мінус ціна використання. Збільшення коливань вартості акцій цим самим збільшують число позитивних вартостей для покупця опціону і, значить, збільшення вартості опціону.

5. Розрахунок вартості та хедж-стратегій для опціонів Европейського типу.

Дискретний час

Нагадаємо, що розглядається *(В, S)*-ринок облігацій та акцій, вар­тість яких змінюється за формулами:

*Bt=B0(1+a)t (5.1)*

*dSt=St(dt+dWt) (5.2)*

початкові значення — *В0* та *S0* відповідно і на ** задано сімейство ймовірнісних мір *P={P}*, причому відносно кожної з мір *Р* послідовність *(р1,р2, ... ,рN)* — це незалежні однаково розподілені випадкові величини

*P{p1=)=p, P(p1=)=q=1-p,*

*0<р<1, -1 << a <.*

Нехай *H = (Hп , 0пN) —* самофінансована стратегія,

*xH = (, 0пN) —* капітал, що відповідає цій стратегії,

*fN = fN (S0 , S1(), ... ,SN())* — фіксована невід'ємна функція. Нехай також *Е\** позна­чає математичне сподівання (середнє) відносно міри *Р\** такої, що  *р =p\*= , P(p1=)=p\*.*

***Теорема 5.1.*** *Для того, щоб самофінансована стратегія H була мінімальним (х, fN)-xeджeм, необхідно і достатньо, щоб початковий капітал х дорівнював*

*x = (1+a)-N E\*fN (S0, S1(), ... ,SN()) (5.3)*

***Наслідок.***  В умовах *(В, S)*-ринку справедлива ціна опціону Європей­ського типу дорівнює

*CN=(1+a)-N E\*fN ,*

де *N* — фіксований момент виконання опціону,

*fN = fN (S0 , S1 , ... , SN)* — фіксована функція платежів. Тут *Е\* —* математичне сподівання відносно такої міри *Р\*,* що

*P\* (p1 = ) = р\* =  .*

Існує мінімальний самофінансований *(СN, fN)*-хедж *H\* = (, 0пN)*  = *(, , 0пN)* такий, що

береться з розкладу:

*Yn =  ,*

і при цьому значення капіталу в момент часу *t = n* дорівнює

* = (1 + a)n-N E\*(fN/Fn) .*

Розглянемо тепер частковий і більш простий випадок, коли функція платежів *fN* залежить не від всієї " траєкторії " *S0 , S1 , ... , SN,* а лише від вартості акції *SN* в момент виконання опціону, тобто *fN=f(SN)*. На­приклад, для Європейського опціону купівлі

*fN=(SN - k)+ = max (SN - k , 0)* *,*

а для відповідного опціону продажу

*fN=(k - SN)+ = max (k - SN , 0)* ,

де *К —* договірна вартість, що її обумовлено в мо­мент придбання опціону, і за якою в момент *N* будуть купуватися або продаватися акції. В цьому випадку можна, за допомогою біноміаль­ного розподілу, безпосередньо підрахувати *Е\*fN* і, таким чином, спро­стити формулу справедливої ціни опціону:

*CN= (1+a)-N E\*fN .*

Сфор­мулюємо відповідний результат без доведення. Розглянемо функцію

*Fn(x,p) = f( x (1+)k (1+)n-k )  pk (1-p)n-k (5.4)*

(**—це число комбінацій з n по k, ** , ** = *1).*

***Теорема 5.2.***  Для опціону Європейського типу з функцією пла­тежів *fN=f(SN)* мають місце наступні твердження:

1. Справедлива ціна опціону дорівнює

*CN=(1+a)-N FN(S0,P\*),*

де  *р\*= ;*

2. Існує самофінансований мінімальний хедж

=( , )=( ,  , ) ,

причому

= *;*

3. *Капітал X^ в момент п, 0 <, п < N для мінімального хеджу дорівнює*

*=(1+a)n-N FN-n(Sn , p\*) .*

**Теорема 5.3.**  *Справедлива ціна Cn Європейського опціону купівлі з функцією платежів f(SN) = (Sn - К)+  дорівнює:*

1. *CN=S0 B(k0 , N , p) - K(1+a)-N B(k0,N,p\*) ,*

*де k0=1+ , якщо  ;*

1. *CN = 0 , якщо k0 > N .*

Встановимо тепер зв'язок між справедливою ціною *CN* розгляну­того вище опціону купівлі і ціною стандартного Європейського опціону продажу з функцією платежів *f(SN) = (K-Sn )+ .* Для цього запишемо таку тотожність:

*(-x)+ = тах(—x, 0) = max(x, 0) — x = x+ — х ,*

звідки *(К - SN)+* = *(SN - K)+ — SN + K* . Якщo позначити справедливу ціну опціону продажу через *PN ,* то

*PN = Е\* (К - SN)+ (1 + а)-N = (1 + а)-N [E\* [ (SN - K)+ -SN] + К] = = (1+a)-N K + CN - (1 +a)-N E\*SN .*

Оскільки *SN = S0 (1+p1) (1+p2) ... (1+pN)*, то зважаючи на незалежність і однакову розподіленість випадкових величин *р1,р2,...,pN* маємо, що

статочно

*PN=(1+a)-N K + Cn - S0 .*

Цю рівність, що пов'язує справедливі ціни опціонів купівлі та про­дажу, називають паритетом "колл-пут" (купівлі-продажу).

1. Приклади роботи з опціонами

Нехай *Sn , 0  n  N —* це випадкова еволюція вар­тості *1000* доларів США (USD), що вимірюється в українських гривнях (Грн). Нехай *S0=5400* гривень і в момент *n = 1* ціна може дорівнювати: *S1 =* 

Тоді *S1 = S0(1+p1),* звідки *1+p1 =* ,  *p1 = - 1* , тобто випадкова величина *р1* може мати два значення:

*p1 =* 

Нехай банківський рахунок не змінюється: *Вп = B0 = 1, а = 0* (з фінан­сової точки зору це означає, що банк не нараховує процентів на внесок і не бере процентів за позику).

**1. Розрахунок справедливої ціни.** Нехай *N = 1, К = 5400* *Грн*, *f(S1) = (S1 - K)+ = (S1 - 5400)+=max(S1-K,0).* Це означає, що при підвищенні курсу долара покупець Європейського опціону купівлі одержить *5700 — 5400 = 300 Грн*, a при падінні курсу

*f(S1)=max(0,5200-5400)=0,* тобто

дохід = 

Видно, що ** , ** .

Тому ймовірність *р\* =* ** .

Якщо припустити, що *P(p1=3/54)=p\*=2/5, P(p1=-1/27)=3/5,* то справедлива ціна опціону дорівнює:

** = *120 Грн*

1. **Розрахунок хедж-стратегії інвестора.** В даному випадку інвес­тор — це продавець опціону купівлі. Якщо справедливу ціну розраховано за ймовірністю *р\*,* то в початковий момент часу інвестор одержав від по­купця суму в *120 Грн*, і це його початковий капітал *X0*.

Тобто, *X0 = 120,  = 0, В0 = 1, S0 = 5400,  .* Перед моментом часу *n = 1* продавець повинен перетворити свій портфель (,) в портфель (,) таким чином, щоб після оголошення значення була б можливість вико­нати умови контракту, тобто заплатити гроші покупцю і повернути борг (борг відповідає від'ємним значенням ,  якщо борг є). Підра­хуємо тепер ,  , що відповідають мінімальному самофінансованому хеджу, за формулами теореми 5.2 (п.2). Одержимо: =  .

Оскільки *X0 = B0 + S0* і *В0 = 1*, то можна знайти * = X0 -S0 =  = 120 - 3240 = -3120*. Від'ємність величини * = -3120* означає, що інвестор (тобто продавець опціону) бере позику в розмірі *3120 Грн.* Таким чином, він має *Х0 -В0 = 120 + 3120 = 3240 Грн.*

Розглянемо тепер, що відбувається після моменту *N = 1*, коли було оголошено новий курс долара. Можливі два варіанти (в зв'язку з попередніми припущен­нями):

а) курс долара піднявся *(p1 =  = 1/6)*, тобто в момент часу *N = 1 , 1000 USD* дорівнюють *5700 Грн*. В цьому випадку інвестор повинен виплатити покупцю суму в розмірі *f(S1)= mах(0, 5700-5400) = 300 Грн*. I він справді може це зробити, оскільки його капітал в момент часу *N = 1* дорівнює

*Х1 =B1 +S1 = -3120 + (3/5)∙5700 = -3120+3420=300 Грн.* Тоб­то капітал *S1 =3240 Грн* є достатнім для сплати *300 Грн* покупцю і повернення боргу в *3120 Грн* на банківський рахунок;

б) курс долара зменшився *(р1 =  = -1/27),* тобто в момент часу *N = 1 , 1000 USD* дорівнюють *5200 Грн*. В цьому випадку інвестор нічого не сплачує покупцю, тому що *f(S1)=* *mах(0,5200-5400) = 0*, але повинен повернути борг в *3120 Грн* на банківський рахунок. Він знову ж таки може це зробити, оскільки його капітал дорівнює

*Х1 =B1 + S1 = -3120 + (3/5) ∙ 5200=-3120+3120=0.*

Тобто інвестор одержує. *S1 = 3120 Грн* і, повернувши такий самий борг, має нульовий капітал.

Підсумки

Маючи дві зв’заних одна з другою статтті фінансових активів - акції та опціони на ці акції, ми можемо встановити безрискову хеджувану позицію. Коливання цін на один фінансовий актив будуть компенсовуватись протилежними коливаннями ціни на інший. Хеджувана позиція може бути встановлена за допомогою купівлі акцій (та їх тривалого зберігання) та підписання опціонних домовленостей. Якщо вартість акцій піднімається, ми виграємо в так званій «довгій позиції», тобто в акціях. Ми втрачаємо на опціонах, які ми підписали, бо ціна, яку ми повинні заплатити за акції для того, щоб надати їх особі, яка використовує опціон, вища, ніж ціна в момент підписання опціону. Якщо ціна акцій падає, стається зворотнє. Ми втрачаємо в нашій «довгій позиції», але виграємо на підписаному нами опціоні.

Таким чином, якщо тримати і акції і опціони, коливання ціни акцій компенсуються коливаннями вартості опціонів. Якщо зробити це грамотно, то загальна позиція може статися практично безризиковою. В ринковій рівновазі кожен очікує отримання безризикового рівня на чітко хеджовану позицію.

У процесі аналізу похідних фінансових інструментів широко використовуються різноманітні обчислю­вальні методи. Без відповідного математичного інструментарію практикою неможливо оцінити вартість цих активів; не розумію­чи чітко принципів фінансових розрахунків, неможливо прави­льно визначити вплив, який здійснюється операціями з похід­ними фінансовими інструментами на ефективність управління портфелем активів.

7.Використана література

✓ Бондарев Б.В., Шурко И.Л. Финансовая математика. -- Донецк, Кассиопея, 1998. -- 164 с.

✓ Ширяев А.Н. О некоторых понятиях и стохастических моделях финансовой математики // Теория вероятности и ее применения. 1994. -- Т. 39, N. 1. -- С.5-22

✓ Закон України про цінні папери і фондову біржу // СD:«Ліга практик»

✓ Дж.К. ВанХорн Основы управления финансами. -- Москва, Финансы и статистика, 1996. -- 800 с.

✓ Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М., Ядренко М.Й. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці. – Київ, Інформтехніка, 1995. -- 380 с.

✓ Колесник В.В. Введение в рынок ценных бумаг. -- Киев, А.Л.Д. 1995. -- 176 с.

✓ Ширяев А.Н., Кабанов Ю.М., Крамков Д.О.,

Мельников А.В. К теории рассчетов опционов. I. Дискретное время // Теория вероятности и ее применения.

1994. -- Т. 39, N. 1. -- С.23-79