О подвижном пространстве

Океанов Е.Н.

В *неподвижном* геометрическом трехмерном пространстве X, Y, Z (с прямоугольными координатами) радиус-вектор:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}\,x(t) + \mathbf{j}\,y(t) + \mathbf{k}\,z(t) \quad (1)$$

определяет кривую в пространстве (годограф), по которой перемещается эта точка, являясь началом координат *подвижного* трехмерного пространства X_m, Y_m, Z_m (с иными прямоугольными координатами). Это подвижное пространство определено, как известно, сопровождающим трехгранником с базисом $\boldsymbol{\tau}, \mathbf{n}, \mathbf{b}$ – ортами касательной, нормали и бинормали к указанному годографу, соответственно. В этом подвижном пространстве начало координат неподвижного пространства определяется радиус-вектором:

$$\mathbf{r}_m = \boldsymbol{\tau} x_m + \mathbf{n}\, y_m + \mathbf{b}\, z_m \quad (2)$$

Представляется очевидным равенство:

$$\mathbf{r} = -\mathbf{r}_m, \quad (3)$$

поскольку левая часть этого равенства выражает расстояние от начала неподвижного пространства до начала подвижного пространства, а правая часть, наоборот, расстояние от начала подвижного пространства до начала неподвижного пространства. Но это – одно и то же расстояние, и лишь в векторной интерпретации оно характеризуется разными векторами с одинаковым модулем и противоположными направлениями. Поэтому равенство (3) можно дополнить равенством:

$$|\mathbf{r}| = |\mathbf{r}_m| \quad (4)$$

Орты подвижного пространства можно выразить через орты неподвижного пространства:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{i}\ \tau_x + \mathbf{j}\ \tau_y + \mathbf{k}\ \tau_z, \qquad \mathbf{n} = \mathbf{i}\, n_x + \mathbf{j} n_y + \mathbf{k}\, n_z, \qquad \mathbf{b} = \mathbf{i}\, b_x + \mathbf{j} b_y + \mathbf{k}\, b_z \quad (5)$$

и тогда равенство (3) преобразуется к виду:

$$\mathbf{i}(x + \tau_x x_m + n_x y_m + b_x z_m) + \mathbf{j}(y + \tau_y x_m + n_y y_m + b_y z_m) + \mathbf{k}(z + \tau_z x_m + n_z y_m + b_z z_m) = 0,$$

откуда следуют очевидные равенства:

$$\begin{aligned} \tau_z x_m + n_z y_m + b_z z_m &= -x \\ \tau_y x_m + n_y y_m + b_y z_m &= -y, \quad (6) \\ \tau_z x_m + n_z y_m + b_z z_m &= -z \end{aligned}$$

Эти равенства естественно рассматривать, как систему трех уравнений с тремя неизвестными x_m, y_m, z_m, поскольку задание радиус-вектора (1) вполне определяет значение остальных величин в этой системе. Ее определитель равен:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \tau_x & n_x & b_x \\ \tau_y & n_y & b_y \\ \tau_z & n_z & b_z \end{vmatrix} \quad (7)$$

и легко приводится к скалярному равенству:

$$\Delta = \tau_x(n_y b_z - n_z b_y) + \tau_y(n_z b_x - n_x b_z) + \tau_z(n_x b_y - n_y b_x), \quad (8)$$

которое в векторной форме принимает вид:

$$\Delta = \boldsymbol{\tau} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{b}) \quad (9)$$

Но, в силу очевидного равенства:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{n} \times \mathbf{b},$$

определитель (7) принимает значение:

$$\Delta = \boldsymbol{\tau}^2 = 1 \quad (10)$$

Первый частный определитель Δ_x системы равен:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -x & n_x & b_x \\ -y & n_y & b_y \\ -z & n_z & b_z \end{vmatrix} = -\mathbf{r} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{b}) \quad (11)$$

и подвижная координата x_m принимает значение:

$$x_m = \frac{\Delta_x}{\Delta} = -\mathbf{r} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{b}) \quad (12)$$

Второй частный определитель Δ_y системы равен:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} \tau_x & -x & b_x \\ \tau_y & -y & b_y \\ \tau_z & -z & b_z \end{vmatrix} = \mathbf{r} \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{b}) \quad (13)$$

Соответственно, вторая подвижная координата y_m принимает значение:

$$y_m = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \mathbf{r} \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{b}) \quad (14)$$

Наконец, третий частный определитель Δ_z равен:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} \tau_x & n_x & -x \\ \tau_y & n_y & -y \\ \tau_z & n_z & -z \end{vmatrix} = -\mathbf{r} \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{n}) \quad (15)$$

и третья подвижная координата z_m принимает значение:

$$z_m = \frac{\Delta_z}{\Delta} = -\mathbf{r} \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{n}) \quad (16)$$

Теперь необходимо принять во внимание равенства:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{b} = \boldsymbol{\tau}, \qquad \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{b} = -\mathbf{n}, \qquad \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{n} = \mathbf{b}, \quad (17)$$

в соответствии с которыми подвижные координаты принимают вид скалярных произведений:

$$x_m = -\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\tau}, \qquad y_m = -\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}, \qquad z_m = -\mathbf{r} \cdot \mathbf{b} \quad (18)$$

Подстановка этих значений в уравнение (2) позволяет выразить радиус-вектор подвижного пространства через радиус-вектор неподвижного пространства:

$$\mathbf{r_m} = -\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\tau}^2 - \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}^2 - \mathbf{r} \cdot \mathbf{b}^2 = -\mathbf{r}\left(\boldsymbol{\tau}^2 + \mathbf{n}^2 + \mathbf{b}^2\right) = -\mathbf{r} \cdot 1 = -\mathbf{r},$$

подтверждая равенство (3), если, конечно, учитывать работу [1] о сущности скаляра. Более того, полученный результат лишний раз подтверждает корректность, но – главное – актуальность этой работы. Потому, что теперь без всяких надуманных «*мысленных экспериментов*» можно строго математически сравнивать скорости в неподвижной и подвижной системах отсчета. Действительно, скорость $\mathbf{v}$ *радиус-вектора* (1) в неподвижной системе отсчета равна производной этого радиус-вектора по времени:

$$\mathbf{v} = \frac{d\,\mathbf{r}}{dt} \quad (19)$$

В свою очередь, скорость $\mathbf{v}_m$ *радиус-вектора* (2) равна его производной по времени:

$$\mathbf{v}_m = \frac{d\,\mathbf{r}_m}{dt} \quad (20)$$

Но из равенства (3) следует очевидное равенство:

$$\mathbf{v} = -\mathbf{v}_m, \quad (21)$$

в котором нет и не может быть даже намека на преобразования Лоренца. Следует отметить, что на подвижную и неподвижную системы отсчета никакие ограничения не накладывались в ожидании, что исследование выведет на особенности, позволяющие отличать инерциальную систему от каких-либо иных. Не вывело.

Здесь полезно обратить внимание на принципиальное отличие *физической* сущности скорости от ее *математической* сущности. Физическая сущность скорости (например, некоторого тела) состоит в том, что скорость тела есть мера того, как быстро тело меняет свое положение *относительно* выбранного репера (ориентира). На этом основании физическое понятие скорости тела можно полагать *относительным*. Математическая сущность скорости состоит в том, что скорость есть производная вектора по времени, и, коль скоро вектор всегда является абсолютной величиной, математическое понятие скорости является *абсолютным*. Обе сущности оказываются субъективным отображением объективной реальности, и, несмотря на различие, не являются взаимоисключающими. Поэтому они могут совпадать, или не совпадать в оценке объективной реальности. На этом основании можно говорить о наличии своеобразной *интерференции понятий* в сознании исследователя. Когда физическая сущность совпадает с математической сущностью, вероятность заблуждений в изучении объективной реальности становится меньше. В противном случае возникают различные паразитные учения (например, о теплороде 200 лет назад, или о так называемых торсионных полях нынче), вплоть до «философского» отрицания генетики и кибернетики.

Так вот, если скорость (тела) понимать, как непосредственную *характеристику* движущегося тела, то могут возникать проблемы интерференционного (в данном случае - терминологического) характера, приводящие к подмене понятий и, как следствие, к подмене решаемой задачи. Здесь скорость всегда понимается в ее строгом математическом смысле – *производная вектора по времени*. Это единственный способ максимально уберечься от заблуждений. Тогда физическую «*скорость тела*» следует понимать, как упрощение длинного определения:

– *скорость тела есть производная по времени радиус-вектора из начала системы отсчета до центра масс этого тела и является не характеристикой тела, а только и исключительно характеристикой этого радиус-вектора*.

Но это упрощение повлекло за собой *подмену* характеристики математического объекта (вектора) якобы характеристикой физического объекта (тела), а это уже – произвол, чреватый непредсказуемыми последствиями. Особенно с участием «*мысленных экспериментов*», которые вполне могут оказаться совсем немыслимыми, хотя и красивыми.

Орты $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ в качестве базиса неподвижного пространства являются векторами направлений и остаются неизменными константами в пределах своего пространства. Поэтому выражение скорости (19) в развернутом виде:

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d\,\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{i}\frac{dx}{dt} + \mathbf{j}\frac{dy}{dt} + \mathbf{k}\frac{dz}{dt} \quad (22)$$

не требует дифференцирования этих ортов. Орты $\boldsymbol{\tau}, \mathbf{n}, \mathbf{b}$ в качестве базиса подвижного пространства в пределах своего подвижного пространства также являются константами, но в неподвижном пространстве они оказываются переменными векторами с неизменным единичным модулем. Поэтому выражение скорости (20) в развернутом виде:

$$\mathbf{v}_m = \frac{d\,\mathbf{r}_m}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{\tau} x_m\right) + \frac{d}{dt}\left(\mathbf{n}\, y_m\right) + \frac{d}{dt}\left(\mathbf{b}\, z_m\right) \quad (23)$$

уже требует дифференцировать орты подвижного пространства по времени:

$$\mathbf{v}_m = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} x_m + \boldsymbol{\tau}\frac{dx_m}{dt} + \frac{d\,\mathbf{n}}{dt} y_m + \mathbf{n}\frac{dy_m}{dt} + \frac{d\,\mathbf{b}}{dt} z_m + \mathbf{b}\frac{dz_m}{dt} \quad (24)$$

в пределах неподвижного пространства, поскольку подвижное пространство движется в неподвижном пространстве. То есть, нет нужды «*синхронизировать*» какие-либо «*часы*» потому, что время t оказывается единственным *общим параметром* неподвижного и подвижного пространств, который и обеспечивает *сопоставимость* этих пространств. С учетом известных формул Серре-Френе представляются очевидными равенства:

$$\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} = \mathbf{n} K \frac{dl}{dt}, \quad \frac{d\,\mathbf{n}}{dt} = \left(-\boldsymbol{\tau} K + \mathbf{b} T\right)\frac{dl}{dt}, \quad \frac{d\,\mathbf{b}}{dt} = -\mathbf{b}\, T \frac{dl}{dt} \quad (25)$$

На основании равенств (18) в такой же мере очевидными представляются равенства:

$$\frac{dx_m}{dt} = -\boldsymbol{\tau}\frac{d\,\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{r}\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt}, \quad \frac{dy_m}{dt} = -\mathbf{n}\frac{d\,\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{r}\frac{d\,\mathbf{n}}{dt}, \quad \frac{dz_m}{dt} = -\mathbf{b}\frac{d\,\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{r}\frac{d\,\mathbf{b}}{dt} \quad (26)$$

Подстановка равенств (25) и (26) в равенство (24) приводит к уравнению:

$$\mathbf{v}_m = -\boldsymbol{\tau}^2\,\mathbf{v} - \boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{r}\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} - \mathbf{b}\cdot\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}\, T\frac{dl}{dt} - \mathbf{n}^2\mathbf{v} - \mathbf{n}\cdot\mathbf{r}\frac{d\,\mathbf{n}}{dt} + \mathbf{b}^2\cdot\mathbf{r}\, T\frac{dl}{dt} - \mathbf{b}^2\mathbf{v} - \mathbf{b}\cdot\mathbf{r}\frac{d\,\mathbf{b}}{dt},$$

которое далее приводится к виду:

$$\mathbf{v}_m = -\mathbf{v}\left(\boldsymbol{\tau}^2 + \mathbf{n}^2 + \mathbf{b}^2\right) - \boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{r}\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} - \mathbf{n}\cdot\mathbf{r}\frac{d\,\mathbf{n}}{dt} - \mathbf{n}\cdot\mathbf{r}\frac{d\,\mathbf{n}}{dt} - \mathbf{b}\cdot\mathbf{r}\frac{d\,\mathbf{b}}{dt}$$

Остается в полученное выражение подставить равенства (25):

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_m &= -\mathbf{v}\left(\boldsymbol{\tau}^2 + \mathbf{n}^2 + \mathbf{b}^2\right) - \boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}\, K\frac{dl}{dt} + \boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}\, K\frac{dl}{dt} - \mathbf{n}\cdot\mathbf{b}\cdot\mathbf{r}\, T\frac{dl}{dt} + \mathbf{b}^2\cdot\mathbf{r}\, T\frac{dl}{dt} = \\ &= -\mathbf{v}\left(\boldsymbol{\tau}^2 + \mathbf{n}^2 + \mathbf{b}^2\right) + \mathbf{r}\, T\frac{dl}{dt}\left(\mathbf{b}^2 - \mathbf{n}\cdot\mathbf{b}\right) = -\mathbf{v}\left(\boldsymbol{\tau}^2 + \mathbf{n}^2 + \mathbf{b}^2\right) = -\mathbf{v}\end{aligned} \quad (27)$$

Здесь опять учтена работа[1], а также очевидное равенство:

$$\mathbf{b}^2 = \mathbf{n}\cdot\mathbf{b} = 1$$

Полученное равенство (27), естественно, опять довольно сложным путем подтверждает установленное ранее простое равенство (21).

Эти неочевидные доказательства очевидных положений (3) и (21) выполнены под влиянием сомнений в знаменитой теории относительности, основанной на заблуждении *о различных часах*. Все дело в том, что *физическая сущность времени не совпадает с его математической сущностью*. Объективно время не существует. Объективно существует только *последовательность неких физических состояний*. Чтобы осмысленно ориентироваться в этой последовательности, Человек Разумный *придумал* способ неким *счетным* образом *упорядочить в своем сознании* эту последовательность, для чего *придумал субъективную характеристику счета* – время. Математика (в качестве субъективного средства отображения объективной реальности) формализовала эту характеристику в статусе универсального параметра t *для всех физических явлений в данной среде обитания*. Таким образом, *математическая сущность времени есть единая параметризация любых процессов*. А физической сущности времени не существует. Но существует *физическая сущность самих процессов*, которой и адекватно понятие времени в части последовательности состояний в этих процессах. Необратимость времени является следствием необратимости последовательности состояний, а не причиной их. Поэтому у любых наблюдателей во Вселенной часы, если они исправны, *всегда синхронизированы (точнее - когерентны*). Когда «*мысленный эксперимент»* предполагает разные исправные часы у различных наблюдателей, он фактически *по умолчанию* помещает этих наблюдателей в различные *несопоставимые* Вселенные, из которых реально существует только одна. Так и превращается «*мысленный эксперимент»* в абсолютно немыслимый.

Пусть теперь в рассмотренном неподвижном пространстве, кроме первой подвижной точки, начинает двигаться вторая материальная точка, определяемая радиус-вектором $\mathbf{r}_1$:

$$\mathbf{r}_1(t) = \mathbf{i}\, x_1(t) + \mathbf{j}\, y_1(t) + \mathbf{k}\, z_1(t), \quad (28)$$

скорость $\mathbf{v}_1$ которого равна его производной по времени:

$$\mathbf{v}_1 = \frac{d\,\mathbf{r}_1}{dt} \quad (29)$$

Это означает, что вдоль годографа этого второго радиус-вектора перемещается второе трехмерное подвижное пространство X_{1m}, Y_{1m}, Z_{1m}, в котором начало отсчета неподвижного пространства определено радиус-вектором

$$\mathbf{r}_{1m} = \boldsymbol{\tau}_1 x_m + \mathbf{n}_1\, y_{1m} + \mathbf{b}_1\, z_{1m} \quad (30)$$

Скорость $\mathbf{v}_{1m}$ этого радиус-вектора равна его производной по времени:

$$\mathbf{v}_{1m} = \frac{d\,\mathbf{r}_{1m}}{dt} \quad (31)$$

и теперь уже можно считать строго доказанным равенство:

$$\mathbf{v}_{1m} = -\mathbf{v}_1 \quad (32)$$

Поскольку в геометрическом неподвижном пространстве *одновременно* движутся два различных геометрических подвижных пространства, например, A и B (соответственно, для первого и второго), постольку уже можно говорить о скорости $\mathbf{v}_{A/B}$ первого подвижного пространства относительно второго подвижного пространства. Очевидно, что эта скорость определяется разностью:

$$\mathbf{v}_{A/B} = \mathbf{v}_m - \mathbf{v}_{1m} = (-\mathbf{v}) - (-\mathbf{v}_1) = \frac{d}{dt}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}) \quad (33)$$

Не менее очевидно, что скорость $\mathbf{v}_{B/A}$ второго пространства относительно первого равна:

$$\mathbf{v}_{B/A} = -\mathbf{v}_{A/B} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \quad (34)$$

Существенно, что подвижные пространства *порождены* соответствующими математическими точками, а это значит, что выражения (33) и (34) характеризуют одну и ту же *абсолютную* скорость одной математической точки относительно другой. Заметив, что разность $\mathbf{R}$:

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 \quad (35)$$

представляет собой *расстояние* между этими точками, можно сделать общее утверждение (достаточно очевидное, кстати):

– *абсолютная скорость одного объекта относительно другого* ***всегда*** *равна производной* ***расстояния*** *между этими объектами по времени.*

Литература.

1. Океанов Е.Н. - О сугубо математических противоречиях.