***Задача №1***

Использование плоского напряженного состояния балки-стенки с использованием степенных полиномов

Рисунок 1.

***Решение:***

Выделим из пластины бесконечно малый элемент *aob* и рассмотрим его равновесие:

, откуда τ*xy* = τ*yx* (1.1)

откуда после сокращения на *ds*

; (а)

 откуда после упрощения

. (б)

Итак,  (1.2)

Если заменить в формуле (а) угол α на 90°+α, то получим

. (в)

Исключая в формулах (1.2) угол α, получим уравнение круговой диаграммы Мора для плоского напряженного состояния (рис. 2)

. (1.3)

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок 2. | Это уравнение типа (*x*-*a*)2+*y*2 = *R*2, где *a* = 0,5(σ*x*+σ*y*),.Непосредственно из круговой диаграммы находим величины главных напряжений: |

. (1.4)

Ориентация главных осей определяется из условия τ*x*′*y*′ = 0, откуда *tg*2αo = 2τ*xy*/(σ*x*-σ*y*). (1.4)

Более удобна следующая формула:

. (1.5)

Экстремальные касательные напряжения равны по величине радиусу круговой диаграммы

 . (1.6)

И действуют на площадках, равнонаклоненных к главным осям.

*Частный случай* - *чистый сдвиг* (рис. 3).

Так как σ*x* = σ*y* = 0, τ*xy* = τ*yx* = τ, то по формулам (1.3) и (1.4) получим

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок 3. | ,следовательно  ;, откуда и . |

Зависимости между напряжениями и деформациями определяются законом Гука:

**-** *прямая форма*

 (1.7)

**-** *обратная форма*

 (1.8)



Пользуясь законом Гука в обратной форме, находим напряжения





Для вычисления главных напряжений имеем следующую систему:



решая которую, найдем σ1 = 60 МПа, σ2 = 20 МПа.

***Задача №2***

Решение плоской задачи методом конечных разностей

Рисунок 4.

***Решение:***

 1. Проверка существования заданной функции напряжений.



  

  

  

  

   

 Подстановка полученных выражений в бигармоническое уравнение обращает его в тождество:



 Функция  может быть принята в качестве решения плоской задачи теории упругости.

2. Выражения для напряжений.

,

,

.

 3. Распределение внешних нагрузок по кромкам пластинки (рис3.1,а).

Сторона 0-1: , 

  

 Вершина парабол при .

 :  ,

 :  .

Сторона 1-2: , 

  

 Экстремумы  

 .

  

 :  

 :  

 : 

 

Сторона 2**-**3: , 

  

 Экстремумы   за границей стороны

  

 :  

 : ,

 

 : , .

Сторона 0-3: , 

  

 Вершины парабол при х=0.

 :  

 :  

 4. Проверка равновесия пластинки (рис.3.1,б).

Сторона 0-1:







Расстояние до точки приложения :

.

Сторона 1-2:





Расстояние до точки приложения :



Сторона 2-3:

.

Расстояние до точки приложения :

.

Сторона 0-3:







Расстояние до точки приложения :



5. Проверка равновесия пластинки:









Пластинка находится в равновесии.



Рис.3. Графическая часть задачи №2

***Задача №3***

Расчет тонкой плиты методом конечных элементов

***Решение:***

Построение эпюр изгибающих моментов.

Опорные реакции:

∑*mD* = 0,

*RA*⋅4*a* = *qa*⋅3*a* + *q*⋅2*a*⋅2*a* + *qa*2,

*RA* = 2*qa*, ∑*Yi* = 0, *RA* + *RD* = 3*qa*, *RD* = *qa*.



Строим эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки и от единичной силы, приложенной в точке *С*.

1. Определение перемещений. Для вычисления интеграла Мора воспользуемся формулой Симпсона, последовательно применяя ее к каждому из трех участков, на которые разбивается балка.

Участок *АВ*: 





Участок *ВС*: 





Участок *СD*: 





Искомое перемещение

.

2. Определение прогибов. Из условий опирания балки *VA* = *VB* = 0. Согласно первому условию *Vо* = 0, а из второго находим θ*о*:

,

откуда .

Следовательно, уравнения прогибов и углов поворота имеют вид

, .

Наибольший прогиб возникает в том сечении, где *dv*/*dz* = θ = 0, т.е. при *z* = 2*a*. Подставив в уравнение прогибов *z* = 2*a*, вычислим наибольший прогиб

*V*max = -2*Ma*2/(3*EIx*).

 прогиб посредине пролета плиты равен *V*ср = *V*(1,5*a*) = -9*Ma*2/(16*EIx*) и отличается от наибольшего на 15%. Угол поворота сечения *В*

θ*B* = θ(3*a*) = 3*Ma*/(2*EIx*).

3. Определение главных напряжений. Напряжения в поперечном сечении определяются по формулам

,

.

Вычисляя ,

,

,

, находим

,

.

Величины главных напряжений

;

; ; .

Направление главного растягивающего напряжения σ1 по отношению к продольной оси плиты *z*:

; ,

а напряжение σ3 направлено перпендикулярно к σ1