**БИЛЕТ№15Основы комбинаторики.**

Комбинаторика это раздел математики в котором изучается вопрос о том сколько различных комбинаций подчиненных тем или иным условиям можно составить из конечного числа различных элементов.

Комбинации отличающиеся друг от друга составом элементов или их порядком называются соединениями различают три вида соединений.

Размещениями называются соединения составленные из n-различных элементов по m-элементам, которые отличаются друг от доуга либо составом эл-тов либо их порядком.

Перестановки называют соединения составленные из одних и тех же n-элементов, которые отличаются друг от друга только их порядком размещения





Сочетаниями называются соединения составленные из n-различных элементов по m-элементам, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.



Сочетания с повторениями это такие соединения состоящие из n-различных элементов по m-элементам отличающиеся друг от друга или хотя бы одним элементом или тем что хотя бы один элемент входит различное число раз



**Правило суммы**

Если некоторый объект А может быть выбран из совокупности объектов М способами, а объект В N способами, то выбор либо объекта А либо объекта В может быть осуществлен М+N способами.

**Правило произведения**

Если объект А может быть выбран из совокупности объектов М способами, а после такого выбора объект В может быть выбран N способами, то пара объесков А и В могут быть выбраны А\*В способами.

**БИЛЕТ№9Основные понятия теории вероятностей**

Событием называется любой исход опыта, различают следующие виды событий:

* случайные
* достоверные
* невозможные

Понятие достоверного и невозможного события используется для количественной оценки возможности появления того или иного явления, а с количественной оценкой связана вероятность.

События называется **несовместными** в данном опыте если появление одного из них исключает появление другого.

События называется **совместными** если появление одного из них не исключает появление остальных.

Несколько событий образуют **полную группу** событий если в результате опыта обязательно появится хотя бы одно из них.

Если два несовместных события образуют полную группу они называются **противоположными**

События называется **равновозможными** если появление ни одного из них не является объективно более возможным чем другие.

События называются **неравновозможными** если появление хотя бы одного из них является более возможным чем другие.

**Случаями** называются несовместные равновозможные и образующие полную группу события.

**БИЛЕТ№14Формула полной вероятности**

Пусть событие А может появиться вместе с одним из образующих полную группу попарнонесовместных событий Н1,Н2…Нn называемых гипотезами, тогда вероятность события А вычисляется как сумма произведений вероятностей каждой гипотезы на вероятность события А при этой гипотезе



**Формула Бейеса**

Пусть имеется полная группа попарнонесовместных гипотез Н1,Н2…Нn с известными вероятностями появления. В результате проведения опыта появилось некоторое события А, требуется переоценить вероятности гипотез при условии, что событие А произошло



**БИЛЕТ№10. Классическое определение вероятности:**

Пусть пространство Ω – полная группа равновозмож-ных n исходов. Ω={w1,w2…wn}. Пусть событие А состоит из m исходов А={wi1,wi2…wim}. Тогда вероятностью Р(А) события А считают отношение m благоприятных исходов к числу n всех исходов опыта

# P(A)=m/n

Свойства вероятности:

0<=P(A)<=1

P(Ω)=1

P(Ø)=0

**Статистическая вероятность.**

Пусть в n испытаниях событие А произошло m раз, тогда относительная частота события А, W(A), равняется: , n – число всех опытов; m – число благоприятных исходов. **Замечание:** вероятность соб А вычисляется до опыта, отн частоту вычисляют после опыта. Если увеличить кол-во опытов, то замечено, что изменяясь от каждой серии опытов с увел числа опытов, отн частота колеблется около некоторого числа Р ( т е обладает устойчивостью). Это число Р принимают за вероятность соб А и называют статистической вероятностью этого события. Для достаточно больших n отн частота служит оценкой вероятности события 

**Геометрическая вероятность.**

Классическая вероятность соб А определялась, когда множество всех исходов опыта конечно. На практике часто встречаются задачи, когда число исходов бесконечно. В этом случае можно определить круг зудач, связанных с геом вероятностью события.

Пусть имеется некоторая фигура G. Под мерой фигуры mes G понимаем длину ( в случае отрезка прямой), площадь (плоское пространство), объем ( пространственное тело).

Пр. Пусть фигура . Предположим, что случайная точко бросается на фигуру G, причем попадание в любую точку фигуры G равновозможно, тогда вероятность того, что случайная точка попадет в фигуру g равна: 

**БИЛЕТ№17Некоторые законы распределения случайных величин.**

Для дискретных случайных величин - биномиальное распределение и распределение Пуассона

**Биномиальное распределение.**

Биномиальным называют законы распределения случайной величины Х числа появления некоторого события в n опытах если вероятность р появления события в каждом опыте постоянна



Сумма вероятностей представляют собой бином Ньютона



Для определения числовых характеристик в биномиальное распределение подставить вероятность которая определяется по формуле Бернули.





При биномиальном распределении дисперсия равна мат. Ожиданию умноженному на вероятность появления события в отдельном опыте.

**Распределение Пуассона**

Когда требуется спрогнозировать ожидаемую очередь и разумно сбалансировать число и производительность точек обслуживания и время ожидания в очереди. Пуассоновским называют закон распределения дискретной случайной величины Х числа появления некоторого события в n-независимых опытах если вероятность того, что событие появится ровно m раз определяется по формуле.

 a=np

n-число проведенных опытов

р-вероятность появления события в каждом опыте

В теории массового обслуживания параметр пуассоновского распределения определяется по формуле

а=λt , где λ - интенсивность потока сообщений t-время

Необходимо отметить, что пуассоновское распределение является предельным случаем биномиального, когда испытаний стремится к бесконечности, а вероятность появления события в каждом опыте стремится к 0.



Пуассоновское распределение является единичным распределением для которого такие характеристики как мат. Ожидание и дисперсия совпадают и они равны параметру этого закона распределения а.

**БИЛЕТ№2 Интегральная теорема Коши.**

*Теорема для односвязной области:* Пусть z функция в односвязной области D, когда L∈D⇒∫L f(z)dz=0. *Теорема для многосвязной области:* Пусть f(z) функция в многосвязной области D. ∫L f(z)dz=∫L1f(z)dz+∫L2 f(z)dz+…+∫Ln f(z)dz. Пример для двухсвязной: ∫L1f(z)dz=∫L2 f(z)dz, где L1,L2- производные контуры области D. z1∫z2 f(z)dz= F(z) z1⏐z2 = F(z2)-F(z1)=F’(z)=f(z). *Интегральная формула Коши:* 1)f(z0)=1/2Пi∫L f(z)/z-z0 dz⇒∫L f(z)/z-z0 dz=2Пi f(z)⎟z=z0; 2) f(n)(z0)=n!/2Пi∫L f(z)/(z-z0)n+1dz⇒ ∫L f(z)/(z-z0)n+1dz =2Пi/n! f(z)⎟z=0.

**БИЛЕТ№19плотность распределения вероятностей непрерывных СВ. Её свойства.**

Пусть рассматривается непр. СВ Х ф-ии распр-я F(x), которая непрерывна и диф-на в рассматриваемой области (вся ось OX). Рассмотрим отрезок x+∆x

P(x<X< x+∆x)=F(x+∆x)-F(x)=P(x<X< x+∆x)/ ∆x=,

f(x)=F`(x) (1)плотность распределения вероятностей непр. СВ Х

Вер-ть попадания НСВ на интервал теорема:

Док-во:P(a<X<b)= F(b)-F(a), где F(x)- ф-я распределения СВ Х.

f(x)=F`(x) - ф-я распр-я F(x) является первообразной для плотности распределения f(x), поэтому =F(b)-F(a)= =P(a<X<b)

Теорема 2: если известна плотность распределения f(x) НСВ Х, то ф-ия распределения F(x)= (2)

Док-во: F(x)=P(X<x)=P(-∞<X<x)=

Основные свойства плотности распределения:

1. f(x) определена на (-∞;+∞)

доказательство следует из того, что f(x)=F`(x) , а ф-ия распределения F(x) неубывающая,=>её производная F`(x)>0

1. Условия нормировки:  (3) доказательство следует из формулы (2)

**БИЛЕТ№5Уравнение колебание струны.**

Струной наз. тонкая нить которая может свободно изгибаться. Пусть струна находиться под действием начального натяжения *Т0.* Если вывести струну из положения равновесия и подвергнуть действию какой небуть силы, то струна начнет колебаться.

Рассматриваем малые поперечные и плоские колебания при которых отклонения точек струны от положения покоя малой в любой момент времени все точки струны находятся в одной плоскости и каждая точка струны колеблется оставаясь на одном и том же перпендикуляре прямой соответствующей состоянию покоя.Эту прямую принимаем за ось *Ох. u=u(x,t)-*это отклонение точек струны от положения равновесия в момент времени *t.* В каждый момент времени *t*, график ф-ии *u=u(x,t)*дает форму струны.

*∂²u/∂t²=a²(∂²u/∂x²)+f, a²= Т0/ρ,*где *ρ-* линейная плотность струны. *f=F/ ρ*, где *F*- сила дествующая на струну┴оси обсцис и рассчитанная на единицу длины. Если внешняя сила отсутствует *f=0*, то ур-ие наз. ур-ие свободных колебаний струны. В начальный момент времени задаются форма и скорость струны т.е положение её точек и их скорость в виде ф-ий обсцис *х*, этих точек. *u│t=0=φ(x)-*1 условие; *∂u/∂t*│*t=0* =ψ*(x)-*2 условие;-**Эти** **условия наз. начальными условиями задачи.**

**БИЛЕТ№7.Решение ур-ия колебания струны методом Даламбера.**

*u/∂t²=a²(∂²u/∂x²)-*ур-ие свободных колебаний струны.

*u│t=0=φ(x); ∂u/∂t│t=0=ψ(x);*

*u(x,t)= (φ(x-at)+ φ(x+at)/2)+*

*+1/2a∫x-ax+at ψ(z)dz*

**БИЛЕТ№13 Условная вероятность. Теорема произведения вероятностей зависимых событ.**

Условн. вер-тью наз вер-ть события В при условии, что соб А уже наступило. Условн вер-ть обознач Р(В/А).

Теорема произвед двух соб=произвед вероятностей одного из них на условную вер-ть другого события. Р(АВ)=Р(А)\*Р(В/А) Предположение что 1 событ произошло **Р(АВ)=Р(А)\*Р(В/А) Р(АВ)=Р(В)\*Р(А/В)**

**Теор. Умен. Р(АВ)=Р(А)\*Р(В/А)**

**Д-во:** n- всех исходов, А-m исх, АВ-k исх

m-A

**{**{\*\*\*\*}\*\*\*\*\*\***}**

**k-AB**

P(AB)=k/n-вер-тьсобыт Р(В/A)=k/m P(AB)=k/n\*m/n P(A)=m/n P(AB)=k/m\*m/n=P(A)\*P(B/A)

Теор. P(A1,A2,...An)=P(A1)P(A2/A1)P(A3/A1A2)...P(An(A1...An-1)

**событиями**

1) сумма двух событий А и В – это А+В(U), это значит происходит хотя бы одно событие. Суммой n событий называется событие , которое обозначает, что происходит хотя бы одно из этих событий.

2) произведением событий А и В называется событие АВ и заключается в том, что события являются одновременными и являются совместными.  - все события появляются одновременно.

**БИЛЕТ№20Закон больших чисел в формуле Бернулли.**

Рассматр. серия послед.независ.испытаний Бернулли,в каждом из которых событие А (успех) происходит с вероят-тью **р.** Пусть произведено **n** независимых испытаний,событие А в котором произошло **m** раз, тогда **m-**частота, число появления успеха

**m/n** относит.частота

при неограниченном увеличении числа независимых опытов **n** относит.частота сходится по вероят-ти **р** появлен.события А.

Р([m/n]<E)>=1-pq/nE2

Lim(P[m/n]<E)>=1

Частота m появления события А в n испытаниях Бернулли есть СВ, распредел. по биномиальному закону.

Ее числовые характеристики: X=m

M(x)=M(m)=np, D(x)=D(x)=npq

m/n=СВ распределена по биномиальному закону, числи m=const, значит

D(m/n)=1/n2  D(m)=npq/n2 =pq/n

M(m/n)=1/n M(m)=np/n=p

Рассмотрим P([m/n-p]<E)>=1-D(x)/E2 =1-pq/nE2

Lim P([m/n-p]<E)=1

**БИЛЕТ№21 Генеральная совокупность. Выборка.**

**Стат. сов-тью** наз. любую сов-ть объектов, объединенных по какому-то признаку. Различают генер. И выборочную сов-ть.

**Выборкой** назыв. любая сов-ть случайно отобранных объектов.

**Генер.сов-тью** назыв. сов-ть из которой произведена выборка.

**Объемом сов-ти** назыв. число объектов этой сов-ти.

**Выборка** назыв**.повторной** если объект перед отбором следующего объекта возвращается в генер. сов-ть. Если не возвращается – **выборка** назыв. бесповторной.

**БИЛЕТ№23 Оценка генеральных характеристик по выборке.**

Рассмотрим повторную выборку значений гене­ральной совокупности *X.* При этом случайные величины будут независимыми. Пусть *MX=* α, *DX =* δ2 ге­неральные средняя и дисперсия совокупности. В качестве оце­нок для α и δ рассмотрим среднюю арифметическую выборки  и выборочную дисперсию .

Выясним свойства этих оценок: . Значит,  является несмещённой оценкой для α. Т.к. по закону больших чисел  при , то оценка является состоятельной. Можно доказать, что оценка  является также эффективной, причём . Математическое ожидание выборочной дисперсии равно . Таким образом, оценка является смещённой. На практи­ке, чтобы избавиться от этого недостатка, для оценки неизвест­ной дисперсии генеральной совокупности пользуются исправ­ленной несмещенной оценкой . Тем не менее, из закона больших чисел следует, что как оцен­ка , так и являются состоятельными оценками для .Дисперсия , где *N --* объем генеральной совокупности. Дисперсия  в случае повторной выборки равна , а в случае бесповторной выборки , где .

**БИЛЕТ№18 Непрерывные случайные величины и их характеристики. Функции распределения. Свойства функции распределения. График функции распределения.**

**Функцией распределения *F*(*x*)** случайной величины *Х* называется вероятность того, что случайная величина примет значение, меньшее *х*: *F* (*x*) = *p* (*X < x*).

Свойства функции распределения.

1. 0 ≤ *F*(*x*) ≤ 1. Действительно, так как функция распределения представляет собой вероятность, она может принимать только те значения, которые принимает вероятность.
2. Функция распределения является неубывающей функцией, то есть *F*(*x*2) ≥ *F*(*x*1) при *х*2 > *x*1. Это следует из того, что *F*(*x*2) = *p*(*X < x*2) = *p*(*X < x*1) + *p*(*x*1 ≤ *X < x*2) ≥ *F*(*x*1).
3.  В частности, если все возможные значения *Х* лежат на интервале [*a, b*], то *F*(*x*) = 0 при *х* ≤ *а* и *F*(*x*) = 1 при *х* ≥ *b*. Действительно, *X < a* – событие невозможное, а *X < b –* достоверное.
4. Вероятность того, что случайная величина примет значение из интервала [*a, b*], равна разности значений функции распределения на концах интервала:

*p* ( *a < X < b* ) = *F*(*b*) – *F*(*a*).

Справедливость этого утверждения следует из определения функции распределения (см. свойство 2).

Для дискретной случайной величины значение *F*(*x*) в каждой точке представляет собой сумму вероятностей тех ее возможных значений, которые меньше аргумента функции.