САНКТ- ПЕТЕРБУРГСКИЙ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ

УНИВЕРСИТЕТ

ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра строительной механики и теории упругости

**Контрольная работа**

**по дисциплине “Динамика сооружений”**

**Определение прогибов железобетонной балки и усилий в её сечениях при установившихся гармонических колебаниях**

**(шифр задания 3305)**

Выполнил:

студент гр. 5015/10

Смирнов Д. В.

Преподаватель:

Константинов И. А.

С.-Петербург

2008 г.

**Постановка задачи**

Дана железобетонная балка (рис. 1) со следующими параметрами: длина балки ; размеры прямоугольного поперечного сечения ; железобетон класса В25 (объемный вес ; модуль упругости ).

3.5

3.5





Рис. 1

В соответствии с заданными параметрами объем  материала балки, площадь  её поперечного сечения, полная масса  и её полный вес  составляют соответственно величины: ; ; ; .

По середине пролета балки расположен электродвигатель (он воздействует на балку силой ; сила веса ротора ; частота вращения ротора ).

На расчетной схеме балки для статического расчета ее вес представлен в виде равномерно распределенной нагрузки, а вес электромотора в виде сосредоточенной силы (см. рис. 1, а).

Расчетная схема для динамического расчета балки представляется в виде системы с одной степенью свободы. Такая расчетная схема получится (рис.1, б), если представить балку как систему двух элементов (тип 2 в программе SCAD) с узлами на опорах и по середине балки и заменить равномерно распределенную массу элементов двумя равными массами по концам элементов.

За возмущающую динамическую нагрузку, вызывающую поперечные колебания балки, в примере принята вертикальная составляющая центробежной силы (см. рис. 1, б), вызванной вращающимся ротором, имеющим эксцентриситет  между центром массы ротора и его геометрической осью.

Возмущающее гармоническое воздействие представляется в виде , где  – амплитуда центробежной силы (рис. 2); – масса ротора;  – ускорение свободного падения.









Рис. 2





**Требуется определить максимальный прогиб балки и максимальный изгибающий момент в ее среднем сечении:**

* от статической нагрузки в виде собственного веса балки и электромотора;
* от динамической нагрузки в виде  при установившихся гармонических колебаниях;
* от суммарного воздействия обеих нагрузок

Статический и динамический расчет выполнить вручную и с помощью программы SCAD.

**1 Выполнение задания при использовании для динамического расчета балки системы с одной степенью свободы**

**1.1 Расчет на ПК с использованием программы SCAD**

**1. Составляем расчетную схему балки для статического расчета и динамического расчета как системы с одной степенью свободы**

С этой целью изобразим балку как систему двух элементов типа 2 (по классификации в программе SCAD) с узлами на опорах и в месте расположения двигателя (рис. 4).

****

**Рис. 4**

На приведенной схеме показаны статические нагрузки от собственного веса балки и собственного веса двигателя и вертикальная составляющая динамической нагрузки, вызванной вращением ротора двигателя.

Так как мы рассматриваем эту систему как линейно деформируемую, то воспользуемся принципом независимости действия сил и определим прогибы балки и усилия в её сечениях отдельно от каждой нагрузки.

------------------------------------------------------------------------------------------

| Р А С П Р Е Д Е Л Е Н И Е В Е С О В М А С С |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 2 3 |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 3 - ( гарм-1) |

| Z 3.67 |

------------------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------

|Загpу: N : COБCTB. : Ч A C T O T Ы : ПEPИOДЫ |

| : П/П : :-----------------------------:---------------|

|жение: : ЗHAЧEHИЯ : 1/C : ГЦ : C |

------------------------------------------------------------------------

| 3 1 .0093448 107.0104 17.03988 .0586858 |

------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------------------

| Ф О Р М Ы К О Л Е Б А Н И Й |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 2 3 |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 3 - 1 ( гарм-1) |

| Z 1. |

------------------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------------------

| И Н Е Р Ц И О Н Н Ы Е Н А Г Р У З К И |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 2 3 |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 3 - 1 ( гарм-1) |

| Z .988 |

| 3 - 2 |

| Z -.1356 |

**Анализ результатов расчета**

Прежде всего, отметим, что структура таблиц и их названия предназначены для систем с несколькими степенями свободы, что объясняет использование множественного числа в их названиях. В рассматриваемом примере имеем систему с одной степенью свободы.

Введенные результаты в первой и второй таблицах понятны: в первой – показано, что в узле 2 составленной расчетной схемы МКЭ находится сосредоточенная масса весом 3.67 тс; во второй – приведены результаты определения собственной круговой частоты ω, частоты f и периода T.

В третьей таблице для каждой собственной формы колебаний (СФК) отражаются относительные перемещения масс расчетной схемы по направлению их степеней свободы. При этом наибольшее перемещение в СФК принято равным единице. В рассматриваемом примере для системы с одной степенью свободы имеется только одна форма колебаний с одной ординатой, равной единице.

В четвертой таблице приведены амплитуды составляющих S1 и S2 суммарной силы S. Полная амплитуда So суммарной силы получается по формуле:



Аналогично, из таблиц для перемещений и для усилий в узле 2 загружения 3 соответственно получаем составляющие перемещения узла 3 расчетной схемы (см. рис. 1) и момента в этом сечении и максимальные значения этих величин:

| П Е Р Е М Е Щ Е Н И Я У З Л О В |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 2 3 |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 - ( СВ) |

| Z -.62551 |

| 2 - ( Вес двиг.) |

| Z -.357142 |

| 3 - 1 ( гарм-1) |

| Z -.230647 |

| 3 - 2 |

| Z .031663 |

------------------------------------------------------------------------------------------



------------------------------------------------------------------------------------------

| У С И Л И Я /НАПРЯЖЕНИЯ/ В ЭЛЕМЕНТАХ |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 2\_ 1-1 1-2 1-3 2-1 2-2 2-3 |

| 1 1 1 2 2 2 |

| 2 2 2 3 3 3 |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 - ( СВ) |

| M 2.81367 3.75156 3.75156 2.81367 |

| 2 - ( Вес двиг.) |

| M 1.33875 2.6775 2.6775 1.33875 |

| 3 - 1 ( гарм-1) |

| M .864582 1.72916 1.72916 .864582 |

| 3 - 2 |

| M -.118689 -.237378 -.237378 -.118689 |

| 3 - S1 |

| M .872691 1.74538 1.74538 .872691 |

------------------------------------------------------------------------------------------



Контроль результатов расчетов на ПК с использованием известных формул для систем с одной степенью свободы

1. Определяем собственную частоту системы с одной степенью свободы

 1/с.

Здесь  - вес массы, сосредоточенной в узле 2.

1. Вычисляем динамический коэффициент  для двух вариантов решения задачи об установившихся колебаниях балки.

Вариант 1 :



Вариант 2 :



1. Вычисляем амплитуды искомых величин.

Амплитуда установившихся колебаний :



Величина  здесь получена пересчетом по прогибу , подсчитанному выше от действия силы веса двигателя .

Амплитуда суммарной силы для варианта 1:  тс.

Амплитуда изгибающего момента в среднем сечении балки для этого же варианта расчета:



1. Определяем суммарные значения искомых величин в среднем сечении балки с учетом знакопеременности динамических амплитуд, относящиеся к нижней и верхней сторонам балки:





Полученные данные показывают, что в результате установившихся колебаний в балке максимальный во времени прогиб и изгибающий момент не изменяют знак, т.е. растянутой всегда будет нижняя сторона балки.

Как видим результаты расчетов вручную и с помощью ПК практически совпадают.

Эпюры изгибающих моментов при рассмотренных загружениях 1,2,3 соответственно изображены на рис. 3,а-3,г. В третьем (динамическом) загружении получаются две эпюры (рис. 3,в,г). Они соответствуют разложению суммарной нагрузки на колебания по синусу и косинусу. На рис. 3,д изображена эпюра расчетных изгибающих моментов при динамическом загружении, полученная по формуле для .

Если предположить, что возмущающая частота совпала с собственной частотой системы (), то коэффициент динамичности, амплитуда перемещений и амплитуда максимального изгибающего момента при резонансе получились бы соответственно равными:







Тогда соответствующие суммарные величины для прогиба и изгибающего момента в среднем сечении балки получились бы равными:





Полученные результаты показывают, что в результате установившихся колебаний в балке попеременно (с периодом ) в среднем сечении максимальный во времени прогиб и максимальный изгибающий момент изменяют значения и знак, т. е. растянутыми будут то нижняя (знак +), то верхняя (знак − ), стороны балки.

Примерный вид эпюр изгибающих моментов в балке при установившихся колебаниях с коэффициентов динамичности  показан точечными линиями на рисунке 3,е.

****

**Рис. 3**

**2 Выполнение задания при использовании для динамического расчета балки системы с несколькими степенями свободы**

**2.1 Расчет на ПК с использованием программы SCAD**

В варианте 1.1. задания 1 было рассмотрено решение задачи об определении максимального прогиба железобетонной балки с электродвигателем, расположенным по ее длине. Расчет выполнялся от двух статических и одного динамического загружений по расчетной схеме балки в виде системы с одной степенью свободы.

Рассмотрим решение этой же задачи с использованием расчетной схемы МКЭ, когда балка по длине пролета разделена на 4 равных конечных элемента типа 2. В этом случае при загружении узла 3 динамической нагрузкой получим расчетную схему в виде системы с тремя степенями свободы, которая может быть представлена в виде, приведенном на рис. 4.

****

**Рис. 4**

Результаты расчета:

------------------------------------------------------------------------------------------

| Р А С П Р Е Д Е Л Е Н И Е В Е С О В М А С С |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 2 3 4 5 |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 3 - ( гарм-3) |

| Z 1.067 2.597 1.067 |

------------------------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------------|

|Загpу: N : COБCTB. : Ч A C T O T Ы : ПEPИOДЫ |

| : П/П : :-----------------------------:-------------- -|

|жение: : ЗHAЧEHИЯ : 1/C : ГЦ : C |

------------------------------------------------------------------------

| 3 1 .009285 107.7001 17.1497 .05831 |

| 2 .0017818 561.2033 89.36359 .0111902 |

| 3 .0012916 774.1783 123.2768 .0081118 |

------------------------------------------------------------------------

**1-ая СФК**

**2-ая СФК**

**3-я СФК**

------------------------------------------------------------------------------------------

| И Н Е Р Ц И О Н Н Ы Е Н А Г Р У З К И |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 2 3 4 5 |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 3 - 1 ( гарм-3) |

| Z .0665 .8888 .0665 |

| 3 - 2 |

| Z -.0152 -.1125 -.0152 |

------------------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------------------

| П Е Р Е М Е Щ Е Н И Я У З Л О В |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 2 3 4 5 |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 - ( СВ) |

| Z -.445676 -.62551 -.445676 |

| 2 - ( Вес двиг.) |

| Z -.245535 -.357142 -.245535 |

| 3 - 1 ( гарм-3) |

| Z -.158161 -.228817 -.158161 |

| 3 - 2 |

| Z .021624 .03117 .021624 |

------------------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------------------

| У С И Л И Я /НАПРЯЖЕНИЯ/ В ЭЛЕМЕНТАХ |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 2\_ 1-1 1-2 2-1 2-2 3-1 3-2 4-1 4-2 |

| 1 1 2 2 3 3 4 4 |

| 2 2 3 3 4 4 5 5 |

------------------------------------------------------------------------------------------

| 1 - ( СВ) |

| M 2.81367 2.81367 3.75156 3.75156 2.81367 2.81367 |

| 2 - ( Вес двиг.) |

| M 1.33875 1.33875 2.6775 2.6775 1.33875 1.33875 |

| 3 - 1 ( гарм-3) |

| M .894092 .894092 1.6718 1.6718 .894092 .894092 |

| 3 - 2 |

| M -.125189 -.125189 -.223664 -.223664 -.125189 -.125189 |

| 3 - S1 |

| M .902814 .902814 1.6867 1.6867 .902814 .902814 |

------------------------------------------------------------------------------------------

****

**Рис. 5**

**Расчет вручную.** Исходными данными для расчета вручную считаем определенные в результате модального анализа СЧ и СФК для рассматриваемой балки как системы с тремя степенями свободы.

**1. Вычисление векторов инерционных сил в СФК**

Вычисление для первой СФК (i=1)

****

****

****



Вычисление для первой СФК (i=3)









Результаты расчета сведем в таблицу 1.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0.179 |  |  | 1.517 |  |
| 2 | 0 |  |  |  |  |
| 3 | -0.136 |  |  |  |  |

**2. Выполнение контроля разложения вектора  по СФК**





В данном случае проверка выполняется.

**3. Вычисление перемещений и усилий в СФК в любом сечении  балки**

Вектору инерциональных нагрузок  соответствует вектор прогибов балки  и усилия  в любом сечении . Для сокращения ручных вычислений ограничимся вычеслением прогиба и изгибающего момента только в среднем сечении балки. Результаты расчета сведем в таблицу 2.

 

Таблица 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 1 |  |  |
| 2 | 0 | 0 |
| 3 |  |  |

**4. Сопоставление суммарного вектора инерционных нагрузок по всем СФК**

Этот вектор во всех СФК (при) определяется при синусе равном 1.

тс.

В приведенной таблице результатов расчета инерционных сил в программе SCAD приводятся не векторы  СФК, а векторы  и . Тогда расчетный вектор вычислим по формуле:

тс.

Как видим, результаты практически совпали.

**5. Вычисление расчетного изгибающего момента в среднем сечении балки**

Суммирование амплитудных значений изгибающего момента, вычисленных в среднем сечении балки для всех трех СФК выполняется по формуле:

тс\*м

В программе SCAD:

тс\*м

Расчеты, выполненные в программе SCAD и вручную практически совпадают.

**Сопоставления результатов расчета по двум расчетным схемам**

Сопоставление результатов расчета рассматриваемой балки по определению её максимального прогиба и максимального изгибающего момента по рассмотренным 2 расчетным схемам показывает, что даже использование для динамического расчета расчетной схемы с одной степенью свободы дает удовлетворительные результаты.

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Константинов И.А., Лалина И.И. Строительная механика. Расчет стержневых систем. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. 2005. 155 с.
2. Константинов И.А. Строительная механика. Использование программы SCAD для расчета стержневых систем. Ч.I: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004. 81с.
3. Константинов И.А., Лалина И.И. Строительная механика. Использование программы SCAD для расчета стержневых систем. Ч.2: Учеб. пособие. СПб.:Изд-во Политехн. ун- та, 2005. 82с.
4. Лалин В.В., Константинов И.А., Лалина И.И.Динамика сооружений. Использование программы SCAD для решения задач динамики сооружений. Ч.1: Сайт каф. ЭиПГС, ФОДО,

2005. 92с.