**Задача №1**

Исходные данные:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № наблю-дения | Уровень фактора (или тип региона) | | | | | | |
| Кировская область | Архангельск. область | Республика Карелия | Ленинград. Область | Калинингр. область | Псковская область | Новгород-ская область |
| 1 | 2,90 | 3,90 | 4,90 | 2,10 | 6,10 | 7,00 | 8,00 |
| 2 | 2,10 | 5,00 | 3,50 | 6,90 | 10,0 | 10,00 | 1,00 |
| 3 | 10,30 | 2,80 | 4,00 | 2,00 | 15,1 | 12,10 | 1,10 |
| 4 | 4,90 | 8,90 | 3,00 | 3,10 | 5,00 | 5,90 | 2,00 |
| 5 | 4,00 | 4,10 | 1,90 | 5,90 | 5,10 | 6,10 | 2,00 |
| 6 | 2,90 | 4,90 | 1,20 | 7,90 | 6,00 | 5,10 | 1,10 |
| 7 | 1,10 | 1,50 | 4,10 | 6,10 | 5,00 | 6,10 | 1,19 |
| 8 | 2,30 | 3,90 | 3,00 | 2,70 | 6,10 | 8,90 | 1,10 |
| 9 | 2,00 | 1,80 | 2,90 | 7,00 | 3,10 | 5,00 | 3,19 |
| 10 |  | 1,00 | 3,00 | 5,90 | 3,00 | 2,00 | 5,91 |
| 11 |  | 1,00 | 2,50 | 2,90 | 5,20 | 3,10 | 4,80 |
| 12 |  | 1,10 | 3,90 | 5,00 | 13,00 | 10,90 | 1,00 |
| 13 |  | 1,01 | 4,50 | 5,00 | 3,00 | 5,10 | 0,19 |
| 14 |  | 1,91 | 1,91 | 2,00 | 2,10 | 1,00 | 1,00 |
| 15 |  | 1,09 |  | 1,10 |  | 9,00 | 3,00 |
| 16 |  | 1,10 |  | 1,10 |  | 8,10 | 2,10 |
| 17 |  | 2,10 |  | 1,90 |  | 15,9 | 2,90 |
| 18 |  | 2,91 |  | 2,10 |  | 6,20 | 1,00 |
| 19 |  | 2,09 |  |  |  |  | 2,20 |
| 20 |  | 3,90 |  |  |  |  |  |
| 21 |  | 2,90 |  |  |  |  |  |
| 22 |  | 2,10 |  |  |  |  |  |
| 23 |  | 2,50 |  |  |  |  |  |

***Решение:***

1. Находим сумму квадратов всех наблюдений (Q1), сумму квадратов итогов по столбцам, деленных на число наблюдений в соответствующем столбце (Q2), квадрат общего итога, деленный на число всех наблюдений (Q3).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  наблю-дения | Квадрат наблюдений | | | | | | | | | | |  |
| Кировская область | | Архан-гельская. область | | Республика Карелия | | Ленинград. Область | Калинингр. область | Псковская область | | Новго-родская область |  |
| 1 | 8,41 | 15,21 | | 24,01 | | 4,41 | | 37,21 | | 49,00 | 64,00 |  |
| 2 | 4,41 | 25,00 | | 12,25 | | 47,61 | | 100,00 | | 100,00 | 1,00 |  |
| 3 | 106,90 | 7,84 | | 16,00 | | 4,00 | | 228,01 | | 146,41 | 1,21 |  |
| 4 | 24,01 | 79,21 | | 9,00 | | 9,61 | | 25,00 | | 34,81 | 4,00 |  |
| 5 | 16,00 | 16,81 | | 3,61 | | 34,81 | | 26,01 | | 37,21 | 4,00 |  |
| 6 | 8,41 | 24,01 | | 1,44 | | 62,41 | | 36,00 | | 26,01 | 1,21 |  |
| 7 | 1,21 | 2,25 | | 16,81 | | 37,21 | | 25,00 | | 37,21 | 1,41 |  |
| 8 | 5,29 | 15,21 | | 9,00 | | 7,29 | | 37,21 | | 79,21 | 1,21 |  |
| 9 | 4,00 | 3,24 | | 8,41 | | 49,00 | | 9,61 | | 25,00 | 10,17 |  |
| 10 | 0 | 1,00 | | 9,00 | | 34,81 | | 9,00 | | 4,00 | 34,92 |  |
| 11 | 0 | 1,00 | | 6,25 | | 8,41 | | 27,04 | | 9,61 | 23,04 |  |
| 12 | 0 | 1,21 | | 15,21 | | 25,00 | | 169,00 | | 118,81 | 1,00 |  |
| 13 | 0 | 1,02 | | 20,25 | | 25,00 | | 9,00 | | 26,01 | 0,03 |  |
| 14 | 0 | 3,64 | | 3,64 | | 4,00 | | 4,41 | | 1,00 | 1,00 |  |
| 15 | 0 | 1,18 | | 0 | | 1,21 | | 0 | | 81,00 | 9,00 |  |
| 16 | 0 | 1,21 | | 0 | | 1,21 | | 0 | | 65,61 | 4,41 |  |
| 17 | 0 | 4,41 | | 0 | | 3,61 | | 0 | | 252,81 | 8,41 |  |
| 18 | 0 | 8,46 | | 0 | | 4,41 | | 0 | | 38,44 | 1,00 |  |
| 19 | 0 | 4,36 | | 0 | | 0 | | 0 | | 0 | 4,84 |  |
| 20 | 0 | 15,21 | | 0 | | 0 | | 0 | | 0 | 0 |  |
| 21 | 0 | 8,41 | | 0 | | 0 | | 0 | | 0 | 0 |  |
| 22 | 0 | 4,41 | | 0 | | 0 | | 0 | | 0 | 0 |  |
| 23 | 0 | 6,25 | | 0 | | 0 | | 0 | | 0 | 0 |  |
| Q1-сумма квадратов | | | | | | | | | | | | 2997,78 |
| кол-во наблю-дений | 9 | 23 | | 14 | | 18 | | 14 | | 18 | 19 | 115 |
| Q2 | 19,759 | 10,893 | | 11,063 | | 20,223 | | 53,036 | | 62,897 | 9,256 | 187,127 |
|  | | | | | | | | | | | | 26,068 |

1. Вычисляем оценку дисперсии фактора:



1. Вычисляем оценку дисперсии, связанной со случайностью:



1. Рассчитываем значение F-статистики (статистики Фишера):



1. Проверяем значимость фактора (q =0,05; h1 = K-1; h2 = N-K)

F = 2,29, так как расчетное меньше табличного, с вероятностью 0,95 можно утверждать, что связь между сроком окупаемости и типом региона не существенна.

1. Строим диаграмму средних значений сроков окупаемости для всех рассматриваемых регионов.

Средние сроки окупаемости:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатель | Кировская область | Архангельск. область | Республика Карелия | Ленинград. Область | Калинингр. область | Псковская область | Новго-родская область |
| Ср.срок окупаемости | 3,54 | 2,76 | 3,17 | 3,93 | 6,27 | 7,08 | 2,36 |



Согласно таблицы и диаграммы самый маленький срок окупаемости инвестиционных проектов сложился в Новгородской области, следовательно, данная область является приоритетной.

**Задача 2**

Исходные данные:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Моменты времени (дни) | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
| -60 | -40 | -20 | 0 | 20 | 40 | 60 |
| Расчет для варианта(убрать) | 340+510 | 400+59 | 440+610 | 430+69 | 520+79 | 570+710 | 550+89 |
| У-физ.объем товарооборота (шт.) | 850 | 459 | 1050 | 499 | 599 | 1280 | 639 |

***Решение.***

1. Изобразить данные графически.



1. Составить уравнение линейной регрессии.
2. Для расчета параметров уравнения регрессии (yt = a0 + a1t) составляем вспомогательную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Моменты времени (дни) | У-физ.объем товарооборота (шт.) | t | t^2 | y\*t | Урасч. | У^2 |
| 0 | 850 | -60 | 3600 | -51000 | 708,24 | 722500 |
| 20 | 459 | -40 | 1600 | -18360 | 728,16 | 210681 |
| 40 | 1050 | -20 | 400 | -21000 | 748,08 | 1102500 |
| 60 | 499 | 0 | 0 | 0 | 768 | 2493001 |
| 80 | 599 | 20 | 400 | 11980 | 787,92 | 358801 |
| 100 | 1280 | 40 | 1600 | 51200 | 807,84 | 1638400 |
| 120 | 639 | 60 | 3600 | 38340 | 827,76 | 408321 |
| ∑ | 5376 | 0 | 11200 | 11160 | 5376 | 6934204 |

Для нахождения a0 и a1 составляем систему уравнений:

∑у =n\*a0 + a1 ∑t

∑уt =a0 ∑t + a1 ∑t2

Так как при t =60мин = 0, ∑t=0, система принимает вид:

5376 =7\*a0

11160 = a1 \*11200

Откуда:

a0 = 768 и a1 = 0,996

Уравнение регрессии имеет вид:

yt = 768 + 0,996 t

**Задача 3**

Исходные данные:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 231+8 | 171+10 | 291+8 | 309+10 | 317+28 | 362+210 | 351+8+10 | 361+10+8 |
| Спрос | 239 | 181 | 299 | 319 | 345 | 572 | 369 | 379 |

***Решение***

1. Находим среднее значение, среднее квадратичное отклонение, коэффициенты автокорреляции (для лагов τ=1;2) и частный коэффициент автокорреляции 1-го порядка.
2. - среднее значение:



- среднее квадратическое отклонение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| У | 239 | 181 | 299 | 319 | 345 | 572 | 369 | 379 |
| У-Уср | 239 | 181 | 299 | 319 | 345 | 572 | 369 | 379 |
| (У-Уср)^2 | 57121 | 32761 | 89401 | 101761 | 119025 | 327184 | 136161 | 143641 |
| ∑(У-Уср)^2 | 1007055 |  |  |  |  |  |  |  |



* Найдем коэффициент автокорреляции r(τ) временного ряда (для лага τ=1), т.е. коэф-т корреляции между последовательностями семи пар наблюдений:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Уt | 239 | 181 | 299 | 319 | 345 | 572 | 369 |
| Уt+ τ | 181 | 299 | 319 | 345 | 572 | 369 | 379 |

Вычисляем необходимые суммы:

∑ Уt = 239+181+…+369 =2319

∑ Уt2 = 2392 + 1812 + … + 3692 = 860449

∑ Уt+ τ = 181+ 299+ … +379 = 2464

∑ У2 t+ τ = 1812 +2992 + … +3792 =949934

∑ Уt \*Уt+ τ = 239\*181 + 181\*299 + … + 369\*3729=851073

Находим коэффициент автокорреляции:



* Найдем коэффициент автокорреляции r(τ) временного ряда (для лага τ=2), т.е. коэф-т корреляции между последовательностями шести пар наблюдений:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Уt | 239 | 181 | 299 | 319 | 345 | 572 |
| Уt+ τ | 299 | 319 | 345 | 572 | 369 | 379 |

Вычисляем необходимые суммы:

∑ Уt = 239+181+…+572 =1955

∑ Уt2 = 2392 + 1812 + … + 5722 = 727253

∑ Уt+ τ = 299+ 319+ … +379 = 2283

∑ У2 t+ τ = 2992 +3192 + … +3792 =917173

∑ Уt \*Уt+ τ = 239\*299 + 181\*319 + … + 572\*379 =758916

Находим коэффициент автокорреляции:



Для определения частного коэффициента корреляции 1-го порядка найдем коэффициент автокорреляции между членами ряда Уе+1 и Уе+2:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Уt+ 1 | 181 | 299 | 319 | 345 | 572 | 369 |
| Уt+ 2 | 299 | 319 | 345 | 572 | 369 | 379 |

Вычисляем необходимые суммы:

∑ Уt+1= 181+299+…+369 =2080

∑ У2t +1= 1812 + 2992 + … + 3692 = 806293

∑ Уt+ 2 = 299+ 319+ … +379 = 2283

∑ У2 t+ 2 = 2992 +3192 + … +3792 =917173

∑ Уt+1 \*Уt+ 2 = 181\*299 + 299\*319 + … + 369\*379 =807814

Находим коэффициент автокорреляции:



- Найдем частный коэффициент автокорреляции 1-го порядка:



1. Найти уравнение неслучайной составляющей (тренда) для временного ряда, полагая тренд линейным.
2. Находим коэффициенты для системы нормальных уравнений:









Система нормальных уравнений имеет вид:

8b0 + 36b1 = 2703

36b0 + 204b1 = 13546

Отсюда находим b0 = 189,068;b1 =33,068

Уравнение тренда:

Yt = 189,068+33,068t

То есть спрос ежегодно увеличивается в среднем на 33.068 ед.

1. Провести сглаживание временного ряда методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания m = 3 года.
2. у2 = 1/3 (у1 + у2 + у3) = 1/3 (239+181+299)=239,7
3. у3 = 1/3 (у2 + у3 + у4) = 1/3 (181+299+319)=266,3

У4 =1/3(у3+ у4+ у5)=1/3(299+572+345)=405.3

У5 =1/3(y4+y5+y6)=1/3(319+345+572)=412

У6=1/3(у5 + у6 + у7)=1/3(345+572+369)=428,7

У7=1/3(у6 + у7 + у8)=1/3(572+369+379)=440

В результате получим сглаженный ряд:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Уt | - | 239,7 | 266,3 | 405,3 | 412,0 | 428,7 | 440,0 | - |

1. Дать точечную и с надежностью 0,95 интервальную оценки прогноза среднего и индивидуального значений спроса на некоторый товар в момент времени t=взятый год. (Полагаем, что тренд линейный, а возмущения удовлетворяют требованиям классической модели).

По полученному выше уравнению регрессии Yt = 189,068 + 33,068t оценим условное математическое ожидание. Оценкой у(9) является групповая средняя:

Уt=9 = 189,068 + 33,068\*9 =486,68(ед)

Составим вспомогательную таблицу для оценки дисперсии.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | У | Уt | еt = У-Уt | et-1 | et \*et-1 | et ^2 |
| 1 | 239 | 222,1 | 16,9 | 0,0 | 0,0 | 285,6 |
| 2 | 181 | 252,2 | -74,2 | 16,9 | -1253,98 | 5505,6 |
| 3 | 299 | 288,3 | 10,7 | -74,2 | -793,94 | 114,5 |
| 4 | 319 | 321,3 | 2,3 | 10,7 | 24,6 | 5,3 |
| 5 | 345 | 354,4 | -9,4 | 2,3 | -21,62 | 88,4 |
| 6 | 572 | 387,5 | 184,5 | -9,4 | -1734,3 | 34040,3 |
| 7 | 269 | 420,5 | -51,5 | 184,5 | -9501,8 | 2652,3 |
| 8 | 379 | 453,6 | -74,6 | -51,5 | 384,19 | 5565,2 |
|  |  |  |  |  | 9439,02 | 48257,2 |

Вычислим оценку s2 дисперсии ^





Вычислим оценку дисперсии групповой средней:





Значение t0.95;6 = 2,45, критерий Стьюдента. Теперь находим интервальную оценку прогноза среднего значения спроса:

486,68 – 2,45\*69,76 ≤у(9)≤ 486,68+2,45\*69,76

Или

315,77≤у(9)≤ 657,59

Для нахождения интервальной оценки прогноза индивидуального значения вычислим дисперсию его оценки:





Теперь находим интервальную оценку:

486,68-2,45\*113,69 ≤ у\* (9) ≤ 486,68+2,45\*113,69

Или

208,14 ≤ у\* (9) ≤ 765,22

Вывод:

Следовательно, с надежностью 0,95 среднее значение спроса на товар на 9-й год будет заключено от 315,77 до 657,59 (ед.), а его индивидуальное значение – от 208,14до 765,22 (ед.)