**Міністерство освіти і науки України**

**Київський державний торговельно-економічний університет**

***Коломийський економіко-правовий коледж***

**Реферат**

*З дисципліни „Вища математика”*

*Розділ: 7 „Ряди ”*

*На тему:*

***„Степеневі ряди. Теорема Абеля. Область збіжності степеневого ряду”***

**Виконала**:

Студентка групи Б-13

*Комар Ірина*

**Перевірив**

Викладач

*Лугова Л.Б.*

Коломия 2003

**План**

1. Розвинення функції у степеневий ряд.

Контрольні запитання

1. Яке розвинення в степеневий ряд функції ex.
2. Яке розвинення в степеневий ряд функції sin x.
3. Яке розвинення в степеневий ряд функції cos x.
4. Яке розвинення в степеневий ряд функції ln(1+x).
5. Яке розвинення в степеневий ряд функції arctg x

Література

1. Соколенко О.І. Вища математика: Підручник. – К.: Видавничий центр „Академія”, 2002. – 432с.

Розвинення в степеневі ряди функцій, ex, sinx,cosx

Додатковий член формули Тейлора у формі Лагранжа для функції f(x)=ex має вигляд

 (1)

Нехай R– довільне фіксоване додатне число. Якщо x є (-R; R), то

 (2)

Позначивши через , матимемо

 (3)

За ознакою Д’Аламбера ряд а1+а2+…an+… збіжний, тому . Звідси дістанемо

 (4)

для всіх x є (-R;R). Оскільки число R було взято довільно, рівність правильна для всіх Х є 

За теоремою Д’Аламбера функція f(x)=ex в інтервалі , який розвивається в степеневий ряд, який для цієї функції має вигляд.

. (5)

Додатковий член формули Тейлора у формі Лагранжа для функції f(x)=sinx має вигляд

 (6)

Додатковий член формули Тейлора у формі Лагранжа легко оцінюється зверху:

, (7)

Вище було показано, що  для всіх R>0. Тому для всіх х є  правильною є рівність 

Звідси дістанемо

 (8)

для всіх х є .

Функція f(x)=sin x в інтервалі  розвивається в степеневий ряд, який для цієї функції має вигляд

. (9)

Аналогічно можна діяти при розвиненні в степеневий ряд функції f(x)=cosx.Однак простіше скористатись теоремою, згідно з якою степеневий ряд в інтервалі збіжності можна диференціювати почленно. Про диференціювавши почленно попередній ряд, матимемо  (10)

Розвинення в степеневий ряд функції ln(1+x). Правильною є рівність 

(геометрична прогресія із знаменником, що дорівнює –x).Попередній степеневий ряд можна почленно інтегрувати на проміжку з кінцями 0 та x,де -1 x 1.Виконавши це дістанемо (11)

Оскільки

На підставі двох останніх рівностей знаходимо (12)

Розвинення в степеневий ряд функції arсtg x.Знаючи, що для х є

(-1;1) правильною є рівність.

(чому це так?),по членним інтегруванням її дістанемо



Оскільки,



остаточно маємо



Приклади

1. Розвинути функцію  у степеневий ряд в околиці точки х0=2.

Виконаємо над заданою функцією тотожні перетворення, такі, щоб під знаком функції одержати вираз (х-2)



Тепер скористаємось формулою (10), ф яку замість х підставимо  Тоді

.

Записаний ряд збігається до заданої функції при , тобто при 

Таким чином,



2. Розвинути в ряд Макларена функцію 

Маємо таке розвинення



Підставивши сюди замість х змінну –х, дістанемо



Віднявши від першої рівності другу, знайдемо