**Глава 1. Уравнения, системы уравнений.**

**1. Линейные уравнения.**

1. Уравнение первой степени вида , называется линейным уравнением. Где - переменные, числа  и  стоящие перед переменными называются коэффициентами, а и  - свободные члены. Запишем линейное уравнение

  (1)

Для решения уравнения (1) перенесем переменные содержащие коэффициенты, в левую часть уравнения с положительным знаком, а свободные члены в правую часть уравнения с отрицательным знаком, получим уравнение вида

 (2)

Пусть , а , тогда уравнение (2) будет иметь вид

 (3)

Примеры.

1) Решить уравнение 

Перенесем неизвестные с коэффициентами в левую часть уравнения , а свободные члены в правую часть, получим



Используя уравнение (3) получим



Ответ: 

2) Решить уравнение 

Видно, что в этом уравнении есть один отрицательный свободный член – 4. Но, перенося его в правую часть уравнения еще с одним отрицательным знаком, получим , тогда



Отсюда



Ответ: 

3) Решить уравнение 

В этом уравнении один коэффициент отрицательный, перенося его и еще с положительным знаком в левую часть нет смысла, т.к. , тогда



Отсюда



Ответ: 

4) 

Используя объяснения к уравнению 2), получим



Отсюда



Ответ: 

5) 

Используя объяснения, приведенные к уравнениям 1), 2), 3), 4), получим



Отсюда



Ответ: 

4

1. Пусть дано линейное уравнение вида

 (4)

В отличие от уравнения (1) переменные, содержащие коэффициенты, переносятся в левую часть с отрицательным знаком, в правую часть свободные члены переносятся тоже со знаком отрицательным. Но свободный член  в уравнении (4) и так стоит в правой части, поэтому он не будет менять знак, поменяет знак только член . И так, решим уравнение (4).

Перенесем переменные с коэффициентами в левую часть с отрицательным знаком, а член  в правую часть тоже с отрицательным знаком, получим

 (5)

Отсюда



Если , то 

Решение уравнения (4) можно записать в виде системы

 (6)

Пример. Решить уравнение 

Перенесем неизвестные с коэффициентами в левую часть с отрицательным знаком, а член  в правую часть со знаком «минус», тогда



Отсюда



Ответ: 

1. Линейное уравнение с двумя переменными имеет вид:

 (7)

Для решения уравнения (7) выразим переменную  через переменную , т.е. получим уравнение вида

 (8)

Для нахождения решения уравнения (7) в уравнении (8) выбирается произвольное (любое) значение . Таким образом, уравнение (7) обладает множеством решений.

Пример. Решить уравнение 

Воспользуемся формулой (8), тогда



Теперь выберем абсолютно любое значение икса, например, при

 , получим



Ответ: 

**2. Квадратные уравнения.**

Уравнение второй степени вида  называется квадратным. Для решения такого уравнения воспользуемся следующими формулами:

 и  (9)

Где  и  - корни квадратного уравнения

Пусть , тогда если , то можно записать

  (10)

Если , то уравнение не имеет решений.

Пример. Решить уравнение 

Пользуясь формулами (9) получим



Ответ:  и 

**3. Уравнение третей степени.**

Уравнение третей степени вида  называется кубичным уравнением. Для решения такого уравнения заменим неизвестное -  на коэффициент  и вводя подстановку 

Получим более упрощенное уравнение третей степени

 (11)

Поскольку уравнение в третей степени, то соответственно решениями этого уравнения будут три корня, которые сейчас определим из следующей системы

 (12)

Корни - есть решения уравнения, где  - комплексное число.

**4. Уравнения высших степеней сводящиеся к квадратным.**

1.Рассмотрим уравнение, у которого одна переменная находится в четвертой степени, т.е. дано уравнение вида

 (13)

Для решения такого уравнения, выразим через , получим,

 (14)

Решая это уравнение по следующим формулам, имеем

 и  (15)

Пример. Решить уравнение. 

Выразим через , получим , решая это уравнение по формулам (19) получим





Отсюда получаем множество корней (решений) 

Ответ: 

2. Рассмотрим уравнение, у которого одна степень находится в пятой степени, т.е. имеется уравнение вида

 (16)

Для решения такого уравнения выберем переменную, у которой степень самая меньшая, по сравнению с другими степенями, это будет переменная , вынося ее за скобку получим

 (17)

Отсюда , т.е. мы получили некоторое множество нулей. Уравнение , решается через дискриминант.

Пример. Решить уравнение 

Вынесем  за скобку, получим , отсюда , который имеет множество корней (0; 0; 0). Далее, решая уравнение  получим  и . Таким образом, получили множество решений (0; 0; 0; -2; ).

**5. Системы уравнений.**

Пусть дана система уравнений

 (18)

где  - коэффициенты при неизвестных  и ,  и  - свободные члены.

Система (18) решается тремя способами 1) Графический способ; 2) Способ подстановки; 3) Способ сложения. Первый способ рассматривать не будем. Остальные способы рассмотрим при решении следующих систем уравнений.

1. Способ подстановки.



Возьмем первое уравнение системы  и из этого уравнения выразим через , получим



Подставив это выражение во второе уравнение системы, получим



Отсюда,



Запишем последнее уравнение и решим его



Подставив теперь найденное значение  в выражение, стоящее выше, получим



Ответ:  и 

1. Способ сложения.



Умножим первое и второе уравнения система на 2, получим



Затем, сложив почленно уравнения системы, получим . Найдем значения игрека, для этого найденное значение икса подставим в любое уравнение исходной (первоначальной) системы, получим



1. Способ сложения.

Запишем систему



Умножим первое уравнение на 2, а второе на 2, получим:



Сложим 6x и 8x, получим 14x и 12+6=18, отсюда . Подставив теперь значение x в любое уравнение системы, получим



Ответ: 

**7. Система трех уравнений с тремя переменными.**

 (19)

где - коэффициенты при неизвестных ,  - свободные члены.

Для решения системы (19) составим определитель

 (20)

Первое число у индекса указывает число (номер) строки, второе число – номер столбца. Сам определитель обозначается буквой d.

Для вычисления определителя пользуются правилом Крамера, т.е.

d==

Корни системы (24) находятся по формулам



Где  - числа, которые следует определить по следующему правилу



Таким же методом определяются остальные определители



**Глава 2. График функции**

1. График функции.

Функция  называется линейной функцией. Для нахождения точек пересечения графика функции нужно решить два уравнения:



Пример. Функция задана уравнением , найти точки пересечения с осями координат.

Решим два уравнения 

Ответ: точки x =-2 и y = 4 являются точками пересечения с осями координат.

2. Квадратичная функция.

Функция вида называется квадратичной. Для нахождения точек пересечения графика с осями координат, нужно решить квадратное уравнение 

**Глава 3 Пределы**

1. Предел функции

Пример. Найти предел функции



Поскольку икс стремится к двум, т.е. , то в числителе и знаменателе заменяем все иксы на 2, таким образом, получаем



Ответ: 

Рассмотрим случай, когда икс стремится к бесконечности. Пусть 

Разделим числитель и знаменатель на высокую степень аргумента , получим



Ответ: 

Пусть , разделим числитель и знаменатель на , получим



Ответ: 4

Найти предел 

Отсюда 

Ответ: 5

**Глава 4 Производные**

1. Обыкновенные производные

Пусть дана функция , требуется найти производную. Согласно выражению , получим .

Пример: Найти производную функции



Отсюда



Ответ: 

2. Производная функции одной переменной.

Функция одной переменной имеет вид , соответственно функция постоянно изменяется со скоростью, каждой границей изменения этой функции есть предел, который можно записать в виде

 (21)

Функция  называется дифференцируемой в точке x если предел (21)

существует.

3. Производные вида 

В курсе дифференциальных уравнений часто можно видеть выражение .

Речь идет о частной производной, в этом выражении переменная x дифференцируется по переменной y. Рассмотрим выражение вида , в таком случае переменную x дифференцируют два раза по переменной y.

Пример. Найти производную , если 



Ответ: 

**ГЛАВА 5. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

1. Неопределенные и определенные интегралы.

Множество первообразных функции  называется неопределенным интегралом. Такой неопределенный интеграл обозначается таким образом:



Где - подынтегральная функция, - подынтегральное выражение, - постоянная интегрирования.

Пример: Вычислить интеграл 

Находим первообразную для функции , получим , поэтому



Пример: Найти 

Найдем первообразную для функции , получим , поэтому 

Пример: Найти 

Применяем метод непосредственного интегрирования, получим



Пример: Найти 

Воспользуемся методом подстановки, получим



Тогда



Пример: Найти 

Воспользуемся методом интегрирования по частям, получим



Отсюда 

Пример. Найти 

Применим метод интегрирования по частям, получим



Отсюда



Рассмотрим интеграл вида , такой интеграл называется определенным. Число а – называется нижним пределом, а число b – верхним пределом.

Пример: Найти 

1. Находим неопределенный интеграл, методом интегрирования по частям,



Отсюда,



Тогда



Пример: Найти 



Отсюда,



Тогда

