***Пошукова робота на тему:***

Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції. Приклади первісних, що не є елементарними функціями. Використання таблиць неозначених інтегралів.

|  |
| --- |
| **План*** Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції
* Інтеграли вигляду

* Інтеграли вигляду

* Інтеграли вигляду

·        Інтеграли вигляду  * Інтеграли вигляду( - ціле, додатне число)

* Інтеграли вигляду

**8.3.9. Інтегрування трансцендентних функцій**а) Усі інтеграли вигляду  інтегруються в замкненому вигляді. Тут  - символ раціональної функції. Справді, підстановка  зводить цей інтеграл до вигляду Приклад. За допомогою заміни інтеграл перетворюється в такий : б)  Як уже зазначалося, інтеграли зводяться до розглядуваного. Тому інтеграл  нас цікавить не тільки сам по собі, а й  у зв’язку з тим, що й інші інтеграли зводяться до нього. Усі інтеграли типу інтегруються в замкненому вигляді. Підстановка  перетворює інтеграл у такий:тобто до інтеграла, розглянутого в п.9.8. Ймовірно, що способи інтегрування заданого інтеграла в розумінні більшої або меншої трудності залежатимуть від характеру функції : парна чи непарна вона за змінною  або , або і  і , або, можливо, і не володіє цими властивостями. Нехай Очевидно, що в цьому випадку її можна подати у формі Якщо то  ТомуЗвідси випливає така підстановка: ,тобто  - раціональна функція *.*Отже, якщо в разі заміни на підінтегральна функція змінює знак, то доцільно є підстановка .Цілком аналогічно, якщо в разі заміни  на то доцільною єпідстановка  .Розглянемо тепер випадок тобто функціяє парною як за , так і за . Очевидно, що .Якщо тепер знаки  i  замінити на протилежні, то, тобто   є парною за , тому. Вважаючи, що , одержимо  Підстановка  зведе інтеграл до вигляду Отже, у випадку  доцільною є заміна змінної .Оскільки         ,  ,                      (8.26) то ,тобто підстановка  перетворить інтеграл до вигляду.Якщо  не задовольняє жодну із розглянутих умов, то  інтегрується за допомогою підстановки . Практично інтегруючи функцію перш за все варто встановити, чи задовольняє вона хоча б одну з умов чи ні. Лише тоді, коли вона не задовольняє жодну, доцільно використати заміну , яку називають універсальною.Приклад. 1.  Оскільки в разі заміни  на і   на підінтегральна функція не змінює знака, то підстановка  зведе інтеграл до виглядуПриклад 2. . Цей інтеграл не задовольняє жодної з указаних умов. Тому слід використати підстановку  , яка зведе інтеграл до вигляду . Якщо , то .Якщо , тоПри .При .Приклад 3. .Підстановка . З її допомогою інтеграл перетвориться в.в) Усі інтеграли вигляду де - раціональна функція, інтегруються в замкненому вигляді. Цей висновок випливає з п.9.4.г) Інтеграли вигляду  ( - ціле, додатне число) можна проінтегрувати відповідно за допомогою підстановок В результаті матимемо Аналогічно обчислюється і другий інтеграл.д) Інтеграли вигляду  де - цілі невід’ємні числа, обчислюються, використовуючи формули тригонометрії для пониження степеня:                 (8.27)Тоді Піднісши до степеня і розкриваючи дужки, одержимо інтеграли, що містять  в парних і непарних степенях. Інтеграли з непарними степенями обчислюються, як показано у випадку  б). Парні показники степенів знову понижуємо за формулами (9.13). Продовжуючи так, дійдемо до інтегралів  які легко обчислюються.            Якщо хоча б один з показників від’ємний, то необхідно робити підстановку  (або ).            Інтеграли вигляду  можна проінтегрувати, застосовуючи формулу Муавра. Маємо:          (8.28)      Звідси Далі обчислимо:Аналогічно            Тепер уже інтегрування двох інтегралів здійснюється легко для будь-яких скінчених цілих .е) Усі інтеграли виглядуможуть бути представлені в замкненому вигляді, якщо функція  є цілою раціональною функцією відносно синусів і косинусів величин, що стоять під знаком функції, а всі константи є дійсними числами.Оскільки ціла раціональна функція будується лише на основі дій додавання, віднімання і множення ( зокрема піднесення до цілого додатного степеня ) , то кожний добуток двох множників можна подати у вигляді суми двох доданків на основі формул                      (8.29)Застосовуючи  формули (8.29) послідовно до кожного члена, що є добутком кількох множників, функцію  можна подати як лінійну комбінацію синусів і косинусів, аргументи яких є лінійними функціями . Кожна така лінійна комбінація інтегрується елементарно. Приклад.є) Усі інтеграли виглядів де  є довільними дійсними константами, а  – довільний поліном, інтегруються у замкненому вигляді. Цей висновок випливає з п.8.3.8. ж) Інтеграли вигляду  за допомогою підстановки  зводяться до інтегралів від біномінальних диференціалів , які вже були розглянуті в п.8.3.8 є). Там також було з’ясовано, в яких випадках інтеграл від біномінального диференціала інтегрується в замкненому вигляді. Отже, інтеграл  виражається через елементарні функції, якщо 1) - ціле число; 2)- ціле число; 3)- ціле число. |