**Задача 16**. Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра .

16.1. 

x0= 3a√3/8

y0= a/8

x'= 3a sin2tcost

y'= -3a cos2tsint

y'x= -tgt

y'x0= -√3

Касательная

y – a/8= -√3(x-3a√3/8)

y+√3x – 10a/8=0

Нормаль

y – a/8= 1/√3\*(x-3a√3/8)

√3y – x +2√3a/8=0

16.2. 

x0= √3/2

y0= √3/2

x'= -√3sint

y'= cost

y'x= -√3/3\*ctgt

y'x0= -1/3

Касательная

y - √3/2= -1/3\*(x-√3/2)

y+1/3\*x - 4√3/6=0

Нормаль

y - √3/2= 3\*(x-√3/2)

y-3x+√3=0

16.3. 

x0= a(π/3-√3/2)

y0= a/2

x'= a(1-cost)

y'= asint

y'x= sint/(1-cost)

y'x0= √3

Касательная

y-a/2= √3(x-a(π/3-√3/2))

y-√3x-2a+πa/√3=0

Нормаль

y-a/2= -1/√3(x-a(π/3-√3/2))

y+x/√3-πa/3√3=0

16.4. 

x0= 1

y0= 2

x'= 2-2t

y'= 3-3t2

y'x= 3/2\*(1+t)

y'x0= 3

Касательная

y-2=3(x-1)

y-3x+1=0

Нормаль

y-2=-1/3(x-1)

y+x/3-7/3=0

16.5. 

x0= 3/2

y0= 1/2

x'= (2+2t)(1+t3)-3t2(2t+t3) = 2+2t-4t3-t4

(1+t3)2 (1+t3)2

y'= (2-2t)(1+t3)-3t2(2t-t3) = 2-2t-4t3+t4

(1+t3)2 (1+t3)2

y'x= 2-2t-4t3+t4

2+2t-4t3-t4

y'x0= 3

Касательная

y-1/2=3(x-3/2)

y-3x+4=0

Нормаль

y-1/2=-1/3(x-3/2)

y+x/3-1=0

16.6. 

x0= 5π/4

y0= π/4

x'= √(1+t2)-t2/√(1+t2) = 1/(1+t2)

√(1-t2/(1+t2))(1+t2)

y'= -t = -1/(1+t2)

√(1-1/(1+t2))√(1+t2)3

y'x= -1

y'x0= -1

Касательная

y-π/4=-(x-5π/4)

y+x-6π/4=0

Нормаль

y-π/4=x-5π/4

y-x+π=0

16.7. 

x0= π√2(π-8)/32

y0= π√2(π+8)/32

x'= -2sint-t2sint

y'= 2cost+t2cost

y'x= -ctgt

y'x0= -1

Касательная

y-π√2(π+8)/32= -(x-π√2(π-8)/32)

y+x-π2√2/16 = 0

Нормаль

y-π√2(π+8)/32= x-π√2(π-8)/32

y+x+π2√2/2 = 0

16.8. 

x0= 6a/5

y0= 12a/5

x'= 3a-3at2

y'= 6at

y'x= 2t/(1-t2)

y'x0= -4/3

Касательная

y-12a/5 = -4/3(x-6a/5)

y+4x/3-4a=0

Нормаль

y-12a/5 = 3/4(x-6a/5)

y-0.75x-1.5a=0

16.9. 

x0= 1

y0= 2

x'= -(2tgt+1)/sin2t

y'= 1/cos2t-1/sin2t

y'x= cos2t \_

cos2t(2tgt+1)

y'x0= 0

Касательная

y=2

Нормаль

x=1

16.10. 

x0= 0

y0= 0

x'= t-t3

y'= t+t2

y'x= 1/(1-t)

y'x0= 1

Касательная

y= x

Нормаль

y= -x

16.11. 

x0= 0

y0= aπ/2

x'= acost-atsint

y'= asint+atcost

y'x= sint+tcost

cost-tsint

y'x0= -2/π

Касательная

y-aπ/2+2x/π=0

Нормаль

y-aπ/2-πx/2=0

16.12. 

x0= 1/2

y0= √3/2

x'= cost

y'= -sint

y'x= -tgt

y'x0= -√3/3

Касательная

y-√3/2= -√3/3(x-1/2)

y+x√3/3-2√3/3=0

Нормаль

y-√3/2= √3(x-1/2)

y=x√3

16.13. 

x0= π/4

y0= π/4

x'= √(1+t2)-t2/√(1+t2) = 1/(1+t2)

√(1-t2/(1+t2))(1+t2)

y'= -t = -1/(1+t2)

√(1-1/(1+t2))√(1+t2)3

y'x= -1

y'x0= -1

Касательная

y-π/4=-(x-π/4)

y+x-π/2=0

Нормаль

y-π/4=x-π/4

y=x

16.14. 

x0= 1

y0= 3

x'= (-1-2lnt)/t3

y'= (-1-2lnt)/t2

y'x= t

y'x0= 1

Касательная

y-3=x-1

y-x-2=0

Нормаль

y-3=-x+1

y+x-4=0

16.15. 

x0= 3/4

y0= 11/8

x'= (-t-2)/t3

y'= (-3-2t)/t3

y'x= (3+2t)/(t+2)

y'x0= 7/4

Касательная

y-11/8=7/4(x-3/4)

y-7/4x-1/16=0

Нормаль

y-11/8= -4/7(x-3/4)

y+4/7x-53/56=0

16.16. 

x0= a/8

y0= a3√3/8

x'= 3asin2tcost

y'= -3acos2tsint

y'x= -ctgt

y'x0= -√3

Касательная

y-a3√3/8= -√3(x-a/8)

y+x√3-a√3/2=0

Нормаль

y-a3√3/8= √3/3(x-a/8)

y-x√3/3-a√3/3=0

16.17. 

x0= a√2(π+4)/8

y0= a√2(8-π)/8

x'= atcost

y'= atsint

y'x= tgt

y'x0= 1

Касательная

y-a√2(8-π)/8=x-a√2(π+4)/8

y-x+a√2(π-2)/4=0

Нормаль

y-a√2(8-π)/8= -x+a√2(π+4)/8

y+x+a3√2/2=0

16.18. 

x0= 0

y0= 2

x'= -1/t2

y'= 1/t2

y'x= -1

y'x0= -1

Касательная

y+x-2= 0

Нормаль

y-x-2=0

16.19. 

x0= -3

y0= -6

x'= -2t

y'= 1-3t2

y'x= (3t2-1)/2t

y'x0= 11/4

Касательная

y+6= 11/4(x+3)

y-11/4x +13/4=0

Нормаль

y+6= -4/11(x+3)

y+4/11x+78/11=0

16.20. 

x0= ln2

y0= 1-π/4

x'= 2t/(1+t2)

y'=1-1/(1+t2)=t2/(1+t2)

y'x= t/2

y'x0= 1/2

Касательная

y-1+π/4= 1/2(x-ln2)

y-1/2x+1/2ln2+π/4=0

Нормаль

y-1+π/4= -2(x-ln2)

y+2x-2ln2+π/4=0

16.21. 

x0= 0

y0= 0

x'= 1-sint-tcost

y'= cost-tsint

y'x= (cost-tsint)/(1-sint-tcost)

y'x0= 1

Касательная

y=x

Нормаль

y=-x

16.22. 

x0= 3

y0= 2/3

x'= t4-2t2-2t

(t2-1)2

y'= (-t2-1)/(t2-1)2

y'x= (-t2-1)/(t4-2t2-2t)

y'x0= -5/4

Касательная

y-2/3= -5/4(x-3)

y+5/4x-53/12=0

Нормаль

y-2/3= 4/5(x-3)

y-4/5x+26/15=0

16.23. 

x0= 3√2/2

y0= 2√2

x'= -3sint

y'= 4cost

y'x= -4/3\*tgt

y'x0= -4/3

Касательная

y-2√2= -4/3(x-3√2/2)

y+4/3x-4√2=0

Нормаль

y-2√2= 3/4(x-3√2/2)

y-3/4x-7√2/8=0

16.24. 

x0= 0

y0= 0

x'= 1-4t3

y'= 2t-3t2

y'x= (2t-3t2)/(1-4t3)

y'x0= 1/3

Касательная

y=1/3x

Нормаль

y= -3x

16.25. 

x0= 2

y0= 3

x'= 3t2

y'= 2t+1

y'x= (2t+1)/(3t2)

y'x0= 1

Касательная

y-3=x-2

y-x-1=0

Нормаль

y-3= -x+2

y+x-5=0

16.26. 

x0= 1

y0= -√3/2

x'= -2sint

y'= cost

y'x= -1/2\*ctgt

y'x0= √3/6

Касательная

y+√3/2= √3/6(x-1)

y-x√3/6+2√3/3=0

Нормаль

y+√3/2= -2√3(x-1)

y+2x√3-2√3+√3/2=0

16.27. 

x0= 2

y0= 2

x'= 2/cos2t

y'= 2sin2t+2cos2t

y'x= (sin2t+cos2t)/cos2t

y'x0= 2

Касательная

y-2= 2(x-2)

y-2x+2=0

Нормаль

y-2= -1/2(x-2)

y+x/2-3=0

16.28. 

x0= -7

y0= 4

x'= 3t2

y'= 2t

y'x= 2/(3t)

y'x0= -1/3

Касательная

y-4= -1/3(x+7)

y+x/3-5/3=0

Нормаль

y-4= 3(x+7)

y-3x-25=0

16.29. 

x0= 0

y0= 1

x'= cost

y'= atlna

y'x= atlna/cost

y'x0= lna

Касательная

y-1-xlna=0

Нормаль

y-1+x/lna=0

16.30. 

x0= 1/2

y0= 1/2

x'= cost

y'= -2sin2t

y'x= -4sint

y'x0= -2

Касательная

y-1/2= -2(x-1/2)

y+2x-3/2=0

Нормаль

y-1/2= 1/2(x-1/2)

y-x/2-1/4=0

16.31. 

x0= 2

y0= 2

x'= 2et

y'= -e-t

y'x= -1/(2e2t)

y'x0= -1/2

Касательная

y-2= -1/2(x-2)

y+x/2-3=0

Нормаль

y-2= 2(x-2)

y-2x+2=0