Контрольная работа по эконометрике

«Парная линейная регрессия»

Вариант №6

В таблице приведены значения выручки от экспорта 1 тонны синтетического каучука за 10 кварталов и цены его на внутреннем рынке.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Период | Выручка от экспорта 1 тонны, долл. | Цена внутреннего рынка, долл. За 1 тонну |
| 1-й квартал | 2010 | 1030 |
| 2-й квартал | 1190 | 1550 |
| 3-й квартал | 1340 | 2180 |
| 4-й квартал | 1370 | 2370 |
| 5-й квартал | 1470 | 2380 |
| 6-й квартал | 1510 | 2560 |
| 7-й квартал | 1535 | 2590 |
| 8-й квартал | 1570 | 2700 |
| 9-й квартал | 1540 | 2759 |
| 10-й квартал | 1635 | 2760 |

 Линейное уравнение парной регрессии имеет вид:

ŷ = b0 + b1 · x

где ŷ — оценка условного математического ожидания y;

b0 , b1 — эмпирические коэффициенты регрессии, подлежащие определению.

Эмпирические коэффициенты регрессии b0 , b1 будем определять с помощью инструмента Регрессия надстройки Анализ данных табличного процессора MS Excel.

Из таблицы «Линейн» видно, что эмпирические коэффициенты регрессии соответственно равны:

b0 = 1738,671

b1 = - 0,097

Тогда уравнение парной линейной регрессии, связывающей величину выручки от экспорта y и его цены на внутреннем рынке x, имеет вид:

ŷ = 1739 – 0,097 · x

**1.***Рассчитайте параметры уравнения линейной зависимости выручки от экспорта 1тонны синтетического каучука от цены его на внутреннем рынке.*

 При помощи статистической функции «ЛИНЕЙН» получим:

|  |
| --- |
| Линейн |
| -0,096888247 | 1738,670621 |
| 0,129769731 | 305,1064952 |
| 0,065140593 | 222,2670586 |
| 0,55743649 | 8 |
| 27538,83722 | 395221,1628 |

Где соответственно

|  |  |
| --- | --- |
| Значение коэффициента *b* | Значение коэффициента *a* |
| Среднеквадратическое отклонение *b* | Среднеквадратическое отклонение *a* |
| Коэффициент детерминации *R2* | Среднеквадратическое отклонение *y* |
| *F*-статистика | Число степеней свободы |
| Регрессионная сумма квадратов | Остаточная сумма квадратов |

**2.** *Найти оценки дисперсий**S2, D(b0), D(b1), D(ŷ).*

а) Найдем S2

S2=∑ ei2 / n-2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Наблюдение* | *Остатки ei* | Квадрат отклонений |
| 1 | 371,1242736 | 137733,2264 |
| 2 | -398,4938378 | 158797,3387 |
| 3 | -187,4542419 | 35139,0928 |
| 4 | -139,0454749 | 19333,64409 |
| 5 | -38,07659241 | 1449,82689 |
| 6 | 19,36329212 | 374,9370817 |
| 7 | 47,26993954 | 2234,447184 |
| 8 | 92,92764676 | 8635,547532 |
| 9 | 68,64405335 | 4712,006061 |
| 10 | 163,7409416 | 26811,09596 |
| Сумма |   | 395221,1628 |

Используя данные таблицы, получим S2 = 395221,1628 / 10 – 2 = 395221,1628 / 8 = 49402,64535

б) Найдем D(b0)

D(b0) = S2  · (∑ xi2 / n ∑ (xi - x)2)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Период | Цена внутреннего рынка, долл. За 1 тонну, x | x - x ср. | квадрат(x - x ср.) | Квадрат x |
| 1-й квартал | 1030 | -1257,9 | 1582312,41 | 1060900 |
| 2-й квартал | 1550 | -737,9 | 544496,41 | 2402500 |
| 3-й квартал | 2180 | -107,9 | 11642,41 | 4752400 |
| 4-й квартал | 2370 | 82,1 | 6740,41 | 5616900 |
| 5-й квартал | 2380 | 92,1 | 8482,41 | 5664400 |
| 6-й квартал | 2560 | 272,1 | 74038,41 | 6553600 |
| 7-й квартал | 2590 | 302,1 | 91264,41 | 6708100 |
| 8-й квартал | 2700 | 412,1 | 169826,41 | 7290000 |
| 9-й квартал | 2759 | 471,1 | 221935,21 | 7612081 |
| 10-й квартал | 2760 | 472,1 | 222878,41 | 7617600 |
| сумма | 22879 |   | 1805190,82 | 8678500 |
| Среднее значение x | 2287,9 |   |   |   |

D(b0) = 49402,64535 · (8678500 / 10 · 1805190,82) = 49402,64535 · (8678500 / 18051908,2) = 49402,64535 · 0,48075 = 23750,32175

в) Найдем D(b1)

D(b1) = S2  · (1/ ∑ (xi - x)2)

D(b1) = 49402,64535 · (1/1805190,82) = 49402,64535 · 0,000000554 = 0,02737

г) Найдем D(ŷ)

D(ŷ) = S2  · ( 1 + 1/n + ((xi - x)2/∑ (xi - x)2)) = 49402,64535 · (1 + 1/10 + )

**3.** *Постройте таблицу дисперсионного анализа.*

Таблица построена при помощи инструмента Регрессия надстройки Анализ данных.

|  |
| --- |
| Дисперсионный анализ  |
|  | *df* | *SS* | *MS* | *F* | *Значимость F* |
| Регрессия | 1 | 27538,83722 | 27538,83722 | 0,55743649 | 0,476661041 |
| Остаток | 8 | 395221,1628 | 49402,64535 |   |   |
| Итого | 9 | 422760 |   |   |   |

**4.** *Оцените тесноту связи с помощью коэффициента корреляции и детерминации.*

В соответствии с заданием, необходимо оценить тесноту статистической связи между величиной выручки от экспорта y и ценой на внутреннем рынке x. Эту оценку можно сделать с помощью коэффициента корреляции rxy. Величина этого коэффициента в таблице «Регрессионная статистика» обозначена как множественный R и равна 0,255. Поскольку теоретически величина данного коэффициента находится в пределах от –1 до +1, то можно сделать вывод о несущественности статистической связи между величиной выручки от экспорта y и ценой на внутреннем рынке x.

Параметр R-квадрат, представленный в таблице «Регрессионная статистика» представляет собой квадрат коэффициента корреляции rxy2 и называется коэффициентом детерминации. Соответственно величина 1 - rxy2 характеризует долю дисперсии переменной y, вызванную влиянием всех остальных, неучтенных в эконометрической модели объясняющих переменных. Из таблицы «Регрессионная статистика» видно, что доля всех неучтенных в полученной эконометрической модели объясняющих переменных приблизительно составляет: 1 - 0,06514 = 0,93486 или 93,5%.

Таким образом, при R < 0,3 - связь слабая. В рассматриваемом случае R=0,255, 0,255< 0,3 значит модель строить нельзя.

|  |
| --- |
| *Регрессионная статистика* |
| Множественный R | 0,255226553 |
| R-квадрат | 0,065140593 |
| Нормированный R-квадрат | -0,051716833 |
| Стандартная ошибка | 222,2670586 |
| Наблюдения | 10 |

**5.** *Оцените с помощью средней ошибки аппроксимации качество уравнения.*

Определим среднюю ошибку аппроксимации по зависимости:

Для этого исходную таблицу дополняем двумя колонками, в которых определяем значения ŷ, рассчитанные с использованием зависимости и значения разности .



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Период | Выручка от экспорта 1 тонны, долл. Y | Цена внутреннего рынка, долл. За 1 тонну x | ŷ |   |
| 1-й квартал | 2010 | 1030 | 1639,09 | 0,184532 |
| 2-й квартал | 1190 | 1550 | 1588,65 | 0,335 |
| 3-й квартал | 1340 | 2180 | 1527,54 | 0,13996 |
| 4-й квартал | 1370 | 2370 | 1509,11 | 0,10154 |
| 5-й квартал | 1470 | 2380 | 1508,14 | 0,02595 |
| 6-й квартал | 1510 | 2560 | 1490,68 | 0,012795 |
| 7-й квартал | 1535 | 2590 | 1487,77 | 0,030769 |
| 8-й квартал | 1570 | 2700 | 1477,1 | 0,059172 |
| 9-й квартал | 1540 | 2759 | 1471,377 | 0,04456 |
| 10-й квартал | 1635 | 2760 | 1471,28 | 0,100135 |
| сумма | 15170 | 22879 |   | 1,034413 |

Тогда средняя ошибка аппроксимации равна:

Практически полагают, что значение средней ошибки аппроксимации не должно превышать 12—15% для грубого приближения регрессии к реальной зависимости. В нашем же случае средняя ошибка аппроксимации, т.е. среднее отклонение расчетных значений от фактических равна 10,34%. Поскольку ошибка меньше 15%, то данное уравнение можно использовать в качестве регрессии.

**6.** *Оцените значимость коэффициента корреляции и значимость коэффициента регрессии b1 с помощью t-критерия Стьюдента.*

На этом этапе необходимо оценить статистическую значимость коэффициентов регрессии с помощью t-критерия Стьюдента. Технология оценки статистической значимости коэффициентов регрессии основывается на проверке нулевой гипотезы о незначимости коэффициентов регрессии. При этом проверяется выполнение условия: если tT > tКРИТ , то нулевая гипотеза отвергается и коэффициент регрессии принимается значимым. Из таблицы №3 в приложении видно, что tT для коэффициента регрессии равен -0,7466. Критическое значение tКРИТ при уровне значимости α = 0,05 равно 2,3060.

Поскольку tT <tКРИТ для коэффициента регрессии (0,7466<2,3060), то нулевая гипотеза не отвергается и объясняющая переменная x является статистически незначимой и ее можно исключить из уравнения регрессии.

**7.** *Оцените с помощью F-критерия Фишера статистическую надежность результатов регрессионного моделирования.*

Из таблицы дисперсионного анализа:

|  |
| --- |
| Дисперсионный анализ |
|  | *df* | *SS* | *MS* | *F* | *Значимость F* |
| Регрессия | 1 | 27538,83722 | 27538,837 | 0,5574365 | 0,476661041 |
| Остаток | 8 | 395221,1628 | 49402,645 |   |   |
| Итого | 9 | 422760 |   |   |   |

следует, что FT = 0,56. FКРИТ определяем с помощью таблицы значений F-критерия Фишера. Для модели парной линейной регрессии число степеней свободы равно 8 и n - k - 1 (где k = 1 - число объясняющих переменных). И второе число степеней свободы равно: 10 - 2 = 8. FКРИТ = 3,44. Следовательно, FT<FКРИТ (0,56<3,44) и уравнение регрессии в целом является незначимым.